

条件平差法水量平衡计算研究

张彦丽, 张留柱, 张家军, 刘彦娥

(黄河水利委员会水文局, 河南 郑州 450004)

摘要:针对河流上、下游水文站实测径流量水量不平衡问题,提出利用最小二乘法条件平差模型进行平差计算,并论述了最小二乘法的平差原理、条件平差法计算年径流量的数学模型及推导计算过程。通过对黄河下游花园口~利津6个水文站8年年径流量及区间水量变化量的实际观测数据进行实算,证明利用条件平差法可以消除各水文测站实测年径流量及相邻测站区间水量变化量之间的矛盾,使各站实测年径流量与区间水量变化量在空间和年际分布上达到水量平衡,并给出科学的精度评定,使平差后的年径流数值更可靠、实用。

关键词:条件平差;水量平衡;径流量;精度评定

中图分类号:TV121

文献标识码:A

文章编号:1000-0852(2016)05-0074-05

水资源在国民经济中的地位十分重要,随着国家最严格的水资源管理制度的实施,水文测站实测径流量的准确性、可靠性越来越得到重视。然而,在水资源评价、水资源配置、水文计算等工作中,经常遇到上、下游水文站之间实测径流量(考虑区间取用与加入水量)不平衡问题,困扰着水文资料的使用,如何处理则缺少客观有效的方法,常因人而异,处理结果不够科学合理,需要探索一种科学合理的水量平衡计算方法。最小二乘法条件平差^[1]按一定原则,合理地观测结果加以改正,使矛盾消除,从而得出最可靠的结果。

1 最小二乘法平差原理

在实践中,所有的观测结果都带有误差,为了检验观测结果的精确性,提高观测结果的可靠性,我们经常进行多余观测(过剩观测)。多余观测揭露了由于观测误差引起的矛盾,如何采用一定的方法合理地观测结果进行修正,消除矛盾,从而提高观测成果的可靠性,并对观测成果进行客观评定,是数据处理的重要工作。19世纪初,高斯(Gauss)和勒让德(Legendre)创立了解决这一问题的基本理论和方法——最小二乘法。经过近两个世纪的发展,最小二乘理论增添了许多新

的内容,更趋全面严谨,方法也更加灵活多样。测量学对数据的观测和处理精度都有很高的要求,最小二乘法是测量数据平差处理的基础理论,日常工作中的测量数据平差处理大都依据最小二乘原理进行。在水文学中,利用最小二乘法进行各水文要素相关关系的拟合已经十分成熟,利用最小二乘法进行水量平衡计算的概念也有引入,但利用最小二乘法进行数据处理的具体数学模型和计算实例尚不多见。通过研究,认为采用最小二乘法进行平差可以解决上、下游水文站径流量观测资料不平衡问题。

设 l_1, l_2, \dots, l_n 表示 n 个独立的观测量,按照各观测量的可信赖程度分别对其赋一个权 p_1, p_2, \dots, p_n ,为消除矛盾而对每个观测量分别赋予对应的改正数 v_1, v_2, \dots, v_n ,最小二乘法的表达式为 $V^T P V = \text{最小}$ 。依照最小二乘原理,平差计算出的改正数,称为最或然改正数;经过平差后各观测量的值,叫做该观测量的最或然值,也叫平差值。完整的平差计算,还应对观测值和乎差值做出必要的精度评定。

2 条件平差法原理和数学模型

最小二乘法测量平差主要有两种基本方法:一是

收稿日期:2015-09-07

基金项目:水利科技推广与标准化项目(1261220157508)

作者简介:张彦丽(1975-),女,河南邓州人,高级工程师,硕士,主要从事水文测量、GIS方向的研究。E-mail:zhengzhoutt@163.com

通讯作者:张留柱(1961-),男,河南舞阳人,副总工程师,教授级高级工程师,博士,主要从事水文水资源监测、信息化理论与技术研究。

E-mail:1175137274@qq.com

参数平差法,二是条件平差法。二者在未知数的选取、方程组的构建等环节均不相同,但可以得到完全相同的平差处理结果及同等的精度。最小二乘法条件平差原理是取全部观测量的最或然值作为平差时的未知数,由于有多余观测,这些未知数之间必然存在一定的物理或几何关系,依据这些物理或几何关系列出条件方程式;由最小二乘原理求出满足条件方程的未知数的最或然值并做出相应的精度评定。

条件平差的前提是有多余观测,条件方程式的个数与多余观测有关,每有一个多余观测,就可列出一个独立的条件方程式,在进行条件平差时,应列出与多余观测数相同的独立的条件方程式。

一般情况下,设总观测数为 n ,必需观测个数为 t ,多余观测个数为 r ,则 $r=n-t$ 。

条件方程可表示如下:

$$\begin{cases} a_1x_1+a_2x_2+\dots+a_nx_n+a_0=0 \\ b_1x_1+b_2x_2+\dots+b_nx_n+b_0=0 \\ \vdots \\ r_1x_1+r_2x_2+\dots+r_nx_n+r_0=0 \end{cases} \quad (1)$$

若设

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ b_1 & b_2 & \dots & b_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_1 & r_2 & \dots & r_n \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad B_0 = \begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \\ \vdots \\ r_0 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_n \end{bmatrix} \quad V = \begin{bmatrix} v_0 \\ v_0 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix}$$

令

$$X=L+V$$

$$W=AL+B_0$$

则式(1)可用矩阵方程表示为:

$$AV+W=0 \quad (2)$$

式(2)就是改正数条件方程的一般形式,也即条件平差的基本数学模型。

条件平差数学模型广泛应用于附和导线、闭合导线、三角网、三角锁等各种控制测量的平差计算。

3 水量平衡原理与条件平差法数学模型

3.1 水量平衡原理

根据水量平衡原理^[2],同一河流上相邻水文站断

面之间径流量存在如下关系:

$$W_u - W_d - W_\Delta = 0 \quad (3)$$

式中: W_u 为上游站实测径流量; W_d 为下游站实测径流量; W_Δ 为区间水量变化量,即上、下游水文站断面之间取用水量与加入水量之差,加入水量为上、下游水文站区间径流量和灌溉退水量,取用水量包括区间引水、区间蒸发、渗漏等各种耗水量。

当式(3)成立时,上、下游水文站实测径流量满足水量平衡,说明实测资料可靠,不需要进行处理可直接使用。但实际工作发现,大多数情况下,各河段不同时间段的实测径流资料不能满足式(3),即水量不平衡。

3.2 条件平差法数学模型

现以花园口到利津水文站之间各河段实测径流量为例,说明条件平差法数学模型的应用与计算。花园口至利津6个水文站断面每年的径流量和每相邻两站区间水量变化量对应的观测值为 w_i ,各观测值对应的最或然改正数为 v_i ,各观测值对应的最或然值为未知数 x_i ,如图1所示。

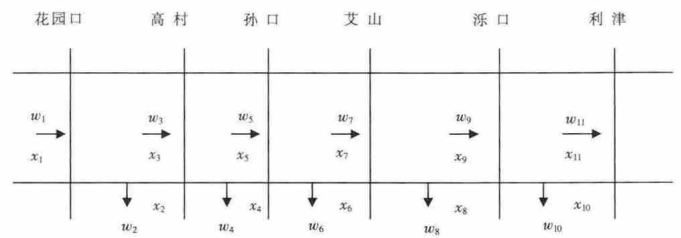


图1 黄河下游各站径流量最或然值、实测值与断面位置对应关系

Fig.1 The relationship among the most probable value, observed value and cross-section position of the various stations in the lower reach of the Yellow River

$w_1, w_3, w_5, w_7, w_9, w_{11}$ 分别为花园口、高村、孙口、艾山、泺口、利津站年径流量实测值, $w_2, w_4, w_6, w_8, w_{10}$ 分别为相应每相邻两站区间水量变化量实测值。

由水量平衡原理可知, $w_1, w_3, w_5, w_7, w_9, w_{11}$ 为必须观测量, $w_2, w_4, w_6, w_8, w_{10}$ 为多余观测量,总观测量为11个,所以可列出5个条件方程:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 0 \\ x_3 - x_4 - x_5 = 0 \\ x_5 - x_6 - x_7 = 0 \\ x_7 - x_8 - x_9 = 0 \\ x_9 - x_{10} - x_{11} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

表1 2002~2009年黄河下游各站年径流量平差计算成果表 (10⁸m³)Table1 The annual runoff adjustment results of the various stations in the lower reach of the Yellow River from 2002 to 2009 (10⁸m³)

| 年份 | 项目 | 花园口 | 区间 | 高村 | 区间 | 孙口 | 区间 | 艾山 | 区间 | 泺口 | 区间 | 利津 |
|------|-----|---------|-------|---------|------|---------|-------|---------|-------|---------|-------|---------|
| 2002 | 观测值 | 195.6 | 11.6 | 157.6 | 6.4 | 133.0 | 12.7 | 107.8 | 16.2 | 81.0 | 27.0 | 41.9 |
| | 平差值 | 169.2 | 20.9 | 148.3 | 10.8 | 137.5 | 25.8 | 111.7 | 28.8 | 82.9 | 40.7 | 42.2 |
| | 中误差 | 12.52 | 10.75 | 9.25 | 6.27 | 8.72 | 9.7 | 8.41 | 10.04 | 7.52 | 8.54 | 4.35 |
| 2003 | 观测值 | 272.7 | 8.8 | 257.4 | 2.7 | 242.9 | 16.9 | 240.0 | 154.2 | 214.9 | 166.7 | 192.7 |
| | 平差值 | 265.9 | 9.5 | 256.4 | 2.8 | 253.6 | 14.8 | 238.8 | 24.1 | 214.7 | 24 | 190.8 |
| | 中误差 | 8.71 | 4.99 | 7.92 | 1.58 | 7.92 | 8.54 | 9.67 | 15.65 | 12.45 | 16.69 | 11.29 |
| 2004 | 观测值 | 240.6 | 6.3 | 231.0 | 3.0 | 225.1 | 11.6 | 233.7 | 11.0 | 215.5 | 14.1 | 198.8 |
| | 平差值 | 241.3 | 6.2 | 235.1 | 2.9 | 232.2 | 8.5 | 223.6 | 10.5 | 213.2 | 14.2 | 199 |
| | 中误差 | 3.42 | 1.74 | 3.16 | 0.84 | 3.14 | 2.85 | 3.26 | 2.77 | 3.4 | 3.45 | 3.97 |
| 2005 | 观测值 | 256.9 | 9.3 | 243.4 | 3.4 | 237.6 | -12.0 | 245.4 | 15.3 | 226.9 | 14.0 | 206.8 |
| | 平差值 | 250.6 | 10.1 | 240.4 | 3.6 | 236.9 | -9.7 | 246.6 | 18.5 | 228.1 | 16.3 | 211.8 |
| | 中误差 | 3.11 | 2.01 | 2.71 | 0.76 | 2.70 | 2.39 | 2.83 | 2.87 | 3.00 | 2.79 | 3.34 |
| 2006 | 观测值 | 281.1 | 9.2 | 265.9 | 5.4 | 259.2 | 11.2 | 246.6 | 17.2 | 221.3 | 21.1 | 191.7 |
| | 平差值 | 273.8 | 10 | 263.8 | 5.8 | 258.1 | 12.9 | 245.1 | 22 | 223.1 | 26.7 | 196.4 |
| | 中误差 | 3.75 | 2.27 | 3.32 | 1.36 | 3.26 | 2.6 | 3.34 | 3.56 | 3.58 | 4.14 | 3.99 |
| 2007 | 观测值 | 269.7 | 7.4 | 259.8 | 4.5 | 250.8 | 7.9 | 248.7 | 15.4 | 230.2 | 20.0 | 204.0 |
| | 平差值 | 266.3 | 7.7 | 258.7 | 4.6 | 254.1 | 8 | 246.1 | 16.6 | 229.5 | 22.7 | 206.8 |
| | 中误差 | 1.8 | 0.97 | 1.64 | 0.6 | 1.61 | 1.01 | 1.65 | 1.73 | 1.84 | 2.13 | 2.15 |
| 2008 | 观测值 | 236.1 | 11.2 | 220.8 | 3.7 | 206.7 | 11.1 | 197.1 | 16.9 | 176.8 | 17.5 | 145.6 |
| | 平差值 | 227.8 | 13.1 | 214.7 | 4.1 | 210.6 | 13.4 | 197.2 | 22.1 | 175.2 | 24.6 | 150.5 |
| | 中误差 | 5.04 | 3.86 | 4.07 | 1.37 | 4.02 | 3.62 | 4.18 | 4.74 | 4.37 | 4.92 | 4.56 |
| 2009 | 观测值 | 232.2 | 16.2 | 208.9 | 6.1 | 202.8 | 15.2 | 187.9 | 15.3 | 165.6 | 19.0 | 132.9 |
| | 平差值 | 227.3 | 18.6 | 208.7 | 6.5 | 202.3 | 17.7 | 184.6 | 20 | 164.6 | 27.5 | 137.1 |
| | 中误差 | 4.98 | 4.48 | 3.72 | 1.91 | 3.64 | 3.87 | 3.7 | 3.88 | 3.66 | 4.3 | 3.73 |
| 累计 | 观测值 | 1 984.9 | 80.0 | 1 844.8 | 35.2 | 1 758.1 | 74.6 | 1 707.2 | 261.5 | 1 532.2 | 299.4 | 1 314.4 |
| | 平差值 | 1 922.2 | 96.1 | 1 826.1 | 41.1 | 1 785.3 | 91.4 | 1 693.7 | 162.6 | 1 531.3 | 196.7 | 1 334.6 |
| | 中误差 | 17.93 | 13.73 | 14.48 | 7.13 | 14.09 | 14.72 | 15.1 | 20.37 | 16.76 | 20.87 | 15.12 |

注:一般在测量学中,观测值小数点后的位数代表观测精度,倒数第二位代表仪器精度,最后一位为估值,估值为仪器最小刻度的十分之一。水文学中,径流量观测值保留四位有效数字,这种记录方法忽略了观测精度,所以为了与测量学的精度原理保持表面上的一致,并便于计算,本文对径流量的观测值与平差值均保留一位小数。

的水量之和为零,即达到了水量平衡,并可给出平差结果客观的精度指标。该方法在实测数据确定的情况下,计算结果不会因人而异,具有唯一性和可靠性。平差后的数据从任意一个测站起,计算到河段同一个断面,其水量是唯一的。计算表明,通过最小二乘法条件平差不仅使每年观测的径流量资料沿河道在空间上达到平衡,而且也可以消除年际间的矛盾,解决了水资源分析计算中经常遇到的河道水量不平衡问题,通过条件平差后的资料更具有客观性、可靠性、实用性,提高了水

文资料的质量。

参考文献:

- [1] 武汉大学测绘学院测量平差学科组. 误差理论与测量平差基础[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2004:72-91. (Department of Surveying and Mapping, Wuhan University. Error Theory and Surveying Adjustment Foundation [M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2004:72-91. (in Chinese))
- [2] 张留柱,袁东良. 最小二乘原理在径流量资料处理中的应用[J]. 水文, 2001,21(6):42-44. (ZHANG Liuzhu, YUAN Dongliang. Application of the least-squares theory in runoff data processing [J]. Journal of China Hydrology, 2001,21(6):42-44. (in Chinese))

Calculating Annual Runoff by Condition Adjustment and Accuracy Assessment

ZHANG Yanli, ZHANG Liuzhu, ZHANG Jiajun, LIU Yan-e

(Hydrological Bureau of Yellow River Water Conservancy Commission, Zhengzhou 450004, China)

Abstract: According to the imbalance problem of the observed upstream and downstream annual runoff data, this paper put forward the conditional adjustment calculation method using the least square condition adjustment model, and discussed the principle of the least square method, the mathematical model and the deduction calculation process of the annual runoff data by conditional adjustment method. By the calculation results of the 8-year observed annual runoff data and the water change amount at the 6 hydrometry stations in the reach between the Huayuankou and Lijin hydrometry stations, it shows that the conditional adjustment can eliminate the contradiction between the annual runoff data of the various hydrometry stations and the water change amount of the adjacent hydrometry stations, so as to achieve the special and yearly water amount balance, give the scientific accuracy assessment, and make the adjusted runoff data more reliable and practical.

Key words: condition adjustment method; water balance; annual runoff; accuracy assessment

(上接第 49 页)

seepage of a dam foundation with deep and thick covering [J].
Journal of Geological Hazards and Environment Preservation,
2012,23(1):83-85. (in Chinese))

[15] 毛海涛,王晓菊,付亚男,等. 无限元法在无限深透水坝基渗流计算

中的应用[J]. 人民黄河, 2014,36(2):90-92. (MAO Haitao, WANG
Xiaojun, FU Yanan. A infinite element coupling method for the
infinite deep pervious foundation seepage [J]. Yellow River,
2014,36(2):90-92. (in Chinese))

Three Dimensional Numerical Simulation Researches for Foundation Seepage and Analysis of Seepage Stability: A Case Study of Wayan Reservoir

LI Duo^{1,2}, BAI Yun³, WEI Aihua^{1,2}

(1. Shijiazhuang University of Economics, Shijiazhuang 050031, China;

2. Hebei Province Key Laboratory of Sustained Utilization and Development of Water Resources, Shijiazhuang 050031, China;

3. Qinghai Survey and Design Institute of Water Conservancy and Hydropower, Xining 810001, China)

Abstract: Dam foundation seepage of reservoir induces the loss of reservoir storage, but more important, it causes dam seepage stability and deformation. This paper used numerical simulation of 3-D groundwater flow to calculate seepage quantity and analyze seepage stability, which has solved the problem of surrounding, bottom boundary of irregular and heterogeneity on vertical sequence well. Meanwhile, the calculation accuracy was enhanced. This study was applied to the Wayan Reservoir in Qinghai Province. According to the hydrogeological characteristics of dam foundation, a model for the three-dimensional numerical simulation of flow was established to solve the seepage problem of this reservoir. To evaluate the seepage stability of dam, this paper analyzed the leakage quantity and hydraulic gradient of egress section in conditions of different depth of impermeable wall. The results show that the dam foundation of Wayan Reservoir is in the steady seepage state, when the depth of anti-seepage wall is more than 50m. The seepage quantity reach 12 012m³/d with the depth of anti-seepage wall is 50m.

Key words: dam foundation seepage; seepage stability; seepage deformation; seepage simulation; Wayan Reservoir