

基于 Copula 函数的入库洪水与坝址洪水关系研究

刘章君¹, 郭生练¹, 钟逸轩¹, 张雅琦², 舒卫民²

(1. 武汉大学水资源与水电工程科学国家重点实验室, 湖北 武汉 430072;

2. 中国长江电力股份有限公司三峡水利枢纽梯级调度通信中心, 湖北 宜昌 443133)

摘 要:采用频率分析法计算入库设计洪水时,需要通过相关分析将坝址洪水系列插补得到对应的入库洪水系列。常用的线性回归法假设两者满足线性关系且入库洪水系列服从正态分布,可能与实际情况并不相符。引入 Copula 函数构建坝址洪水与入库洪水的联合概率分布和条件概率分布,计算给定坝址洪水时入库洪水的条件最可能值和置信区间,提出了一种基于 Copula 函数的入库洪水插补新方法。三峡水库的应用实例表明:线性回归法得到的入库洪水值在坝址洪水量级较大时明显偏小,甚至稀遇洪水时不在 90%置信区间内。所提方法能较好地反映坝址洪水与入库洪水的内在关系,不仅可以计算入库洪水的各种点估计值,而且能够定量评价估计的不确定性。

关键词:入库洪水;坝址洪水;相关关系;Copula 函数;条件概率分布;最可能值;三峡水库
中图分类号:TV122 **文献标识码:** A **文章编号:**1000-0852(2016)05-0001-07

1 引言

我国已建水库一般是以坝址洪水作为水库防洪设计依据的。然而,水库建成以后,库区产汇流条件发生变化,使得入库洪水相对于建库前的坝址洪水,通常洪峰提前、峰形集中、洪水历时缩短、峰高量大。这些变化都不利于水库运行以及下游地区的安全。若水库调洪时,仍按坝址洪水调洪,则重复考虑了河槽调蓄作用,使计算成果偏低,水库设计往往不安全。因此,采用入库洪水作为设计依据更符合建库后的实际情况^[1]。

根据资料条件的不同,计算典型年入库洪水的常用方法主要有流量叠加法、流量反演法和水量平衡法。当需要而又有条件采用频率分析法计算入库设计洪水时,往往在采用上述方法计算得到对应的入库洪水与坝址洪水系列的基础上,通过相关分析法建立入库洪水与坝址洪水的关系,将坝址的峰、量插补出包括历史洪水的历年入库洪峰流量及各时段的洪量,得到长系列的入库洪水系列,从而进行入库洪水频率分析^[2]。目

前,通常采用简单的线性回归法分析入库洪水与坝址洪水关系,该法假设两者满足线性关系且入库洪水系列服从正态分布^[3-5]。然而,由于库区地形以及各分区洪水组合遭遇等原因,入库洪水与坝址洪水可能呈非线性关系,且入库洪水系列通常也不是正态的,使得该法的适用性受到限制。

近年来兴起的基于 Copula 函数的多维联合分布理论,将联合分布分解为变量间的相关性结构和变量的边缘分布两部分,为构建多变量联合分布提供了有力的数学分析工具^[6-7]。Copula 函数可以得到联合分布和条件分布函数的解析表达式,能较好地模拟水文水资源系统的非线性和非正态特征,在水文领域中得到了广泛的研究和应用^[8-13]。本文引入 Copula 函数构建坝址洪水与入库洪水的联合概率分布和条件概率分布,计算给定坝址洪水时入库洪水的条件最可能值和 90%置信区间,定量分析两者的关系。以三峡水库为例,利用坝址洪水系列插补入库洪水系列,并与线性回归法进行比较。

收稿日期:2015-09-10

基金项目:国家自然科学基金重点和重大项目(51539009; 51190094); 国家重点研发计划项目(2016YFC0402206)

作者简介:刘章君(1991-),男,江西吉安人,博士研究生,主要从事水文分析与计算研究。E-mail: liuzhangjun@whu.edu.cn

2 基于 Copula 函数的入库洪水与坝址洪水关系分析模型

2.1 边缘分布

设随机变量 X 表示坝址洪水, Y 为相应的入库洪水。按照《水利水电工程设计洪水计算规范》的规定, X 和 Y 均服从 P-III 型分布, 其概率密度函数分别为^[1]:

$$f_X(x) = \frac{\beta_x^{\alpha_x}}{\Gamma(\alpha_x)} (x - \gamma_x)^{\alpha_x - 1} e^{-\beta_x(x - \gamma_x)} \quad (1)$$

$$f_Y(y) = \frac{\beta_y^{\alpha_y}}{\Gamma(\alpha_y)} (y - \gamma_y)^{\alpha_y - 1} e^{-\beta_y(y - \gamma_y)} \quad (2)$$

式中: $\alpha_x, \beta_x, \gamma_x$ 和 $\alpha_y, \beta_y, \gamma_y$ 分别为 P-III 型分布的参数。

2.2 Copula 函数

Copula 函数是定义域为 $[0, 1]$ 均匀分布的多维联合分布函数, 由 Sklar 定理可知, X, Y 的联合分布函数可以用一个二维 Copula 函数 C 表示^[6]:

$$F_{X,Y}(x,y) = C_{\theta}(F_X(x), F_Y(y)) = C_{\theta}(u,v) \quad (3)$$

式中: θ 为 Copula 函数的参数; $u = F_X(x), v = F_Y(y)$ 分别为 X 和 Y 的边缘分布函数。

一般而言, 坝址洪水和入库洪水之间存在较强的正相关性, 并且具有上尾相关性, 因此本文采用 Gumbel-Hougaard Copula 函数来构造二者的联合分布^[14-15], 表达式如下 (参数 $\theta \geq 1$):

$$C_{\theta}(u,v) = \exp\{-[-\ln u]^{\theta} + [-\ln v]^{\theta}\}^{\frac{1}{\theta}} \quad (4)$$

相应的密度函数的解析表达式为:

$$c_{\theta}(u,v) = \frac{\partial^2 C_{\theta}(u,v)}{\partial u \partial v} \quad (5)$$

参数 θ 与 Kendall 秩相关系数的关系为^[6]:

$$\theta = \frac{1}{1 - \tau} \quad (6)$$

采用均方根误差 RMSE 准则评价 Copula 函数的拟合情况, RMSE 值越小, 说明拟合效果越好。

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_{ei} - P_i)^2} \quad (7)$$

式中: P_{ei} 和 P_i 分别为经验频率与理论频率; n 为资料系列长度。

2.3 条件最可能组合和置信区间估计

当坝址洪水取值时, 所对应的入库洪水的取值并非唯一, 而是可大可小, 只是出现不同取值的概率有所不同, 存在着一个条件概率分布函数:

$$F_{Y|X}(y) = P(Y \leq y | X = x) = \frac{\partial F(x,y)}{\partial x} / \frac{dF_X(x)}{dx} \quad (8)$$

借助 Copula 函数, 条件概率分布函数 $F_{Y|X}(y)$ 可以表示为:

$$F_{Y|X}(y) = \frac{\partial C_{\theta}(u,v)}{\partial u} \quad (9)$$

相应的条件概率密度函数为:

$$f_{Y|X}(y) = c_{\theta}(u,v) f_Y(y) \quad (10)$$

得到随机变量的条件概率密度函数 $f_{Y|X}(y)$ 后, 就可以获得各种具有统计基础的点估计值和区间估计值。

在工程实际中, 人们通常关心最可能发生的水文变量遭遇组合模式^[16]。条件最可能值是指给定一个变量的条件下, 另一个变量最可能出现的取值, 是一种具有很好代表性的情况。刘和昌等^[17]讨论了设计洪水计算中给定洪峰条件下洪量的条件最可能值问题。本文研究的则是给定坝址洪水条件下, 对应的入库洪水的最可能取值。

入库洪水条件最可能值描述的是给定坝址洪水 $X=x$ 条件下, 使 $f_{Y|X}(y)$ 取最大值时的入库洪水 Y 取值, 通过下式计算:

$$Y_M = \arg \max_{y \in (y_i, +\infty)} f_{Y|X}(y) \quad (11)$$

$f_{Y|X}(y)$ 为 y 的一元函数, 将条件密度函数 $f_{Y|X}(y)$ 对 y 求导, 得:

$$df_{Y|X}(y)/dy = c_1 [f_Y(y)]^2 + c_2 f_Y'(y) \quad (12)$$

式中: $c_1 = \frac{\partial c_{\theta}(u,v)}{\partial v}$, $c_2 = c_{\theta}(u,v)$; $f_Y'(y)$ 为密度函数 $f_Y(y)$ 的导函数。

令 $df_{Y|X}(y)/dy = 0$, 同时考虑到 Y 服从 P-III 型分布, 整理得:

$$c_1 f_Y(y) + c_2 \left(\frac{\alpha_Y - 1}{y - \gamma_Y} - \beta_Y \right) = 0 \quad (13)$$

非线性方程式 (13) 即为入库洪水条件最可能值需要满足的关系式。由于无法得到式 (13) 的解析解, 通常采用数值方法求解。本文采用二分法得到给定坝址洪水值时入库洪水条件最可能值的数值解 y_{M0} 。

选择一定的显著性水平 α , 令入库洪水取值出现在分布两端的概率为 α , 就可以定义入库洪水值的区间估计。随机变量 Y 的置信下、上限分别由以下两式给出^[18]:

$$\int_{y_1}^{y_2} f_{Y|X}(y) dy = \alpha_1 \quad (14)$$

$$\int_{y_1}^{y_2} f_{Y|X}(y) dy = 1 - \alpha_2 \quad (15)$$

式中: $\alpha_1 + \alpha_2 = \alpha$, 为显著性水平; α_1 和 α_2 可以根据实际问题任意选定, 为方便起见, 一般可令 $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha/2$ 。

因此有:

$$P(y_l \leq Y \leq y_u) = 1 - \alpha \quad (16)$$

即 $[y_l, y_u]$ 为随机变量 Y 的置信水平 $(1-\alpha)$ 的区间估计, 根据置信区间可以对点估计值的不确定性进行定量评价。

3 实例应用

三峡水库位于湖北省宜昌市三斗坪镇, 控制流域面积为 $100 \times 10^4 \text{ km}^2$, 坝址多年平均流量为 $14\,300 \text{ m}^3/\text{s}$, 多年平均径流量 $4\,510 \times 10^8 \text{ m}^3$, 汛期为每年的 6~9 月。水库回水长度为 570~650km, 库面平均宽度约为 1.1km, 属河道型水库。三峡区间呈东西向长条状分布, 集水面积为 $55\,907 \text{ km}^2$ 。三峡水利枢纽具有防汛、抗旱、发电、航运等多项效益。

本文研究数据包括三峡水库 1877~2013 年以及 8

场历史洪水坝址洪峰、3d 洪量、7d 洪量和 15d 洪量 (其中 15d 洪量仅采用 1788、1860 和 1870 年), 1960~2013 年入库洪峰、3d 洪量、7d 洪量和 15d 洪量。本实例采用本文所提方法依据 1960~2013 年同步数据建立入库洪水与坝址洪水关系分析模型, 将 1877~1959 年坝址实测系列及 8 场历史洪水特征值插补相应的入库洪水特征值, 并与线性回归法的结果进行比较。

3.1 边缘分布的确定

令 Q_m 表示最大洪峰流量 (m^3/s), W_{3d} 、 W_{7d} 和 W_{15d} 分别表示最大 3d、7d 和 15d 洪量 (10^8 m^3), 假设各变量服从 P-III 型分布, 采用经验适线法估计各坝址和入库洪水特征量统计参数, 并采用 Kolmogorov-Smirnov (K-S) 检验法^[19]对这些分布拟合进行检验, 结果见表 1。在 5% 的显著性水平下 (临界值为 0.1851), 各变量均通过了检验。

表1 坝址和入库洪水特征量统计参数和K-S检验

Table1 Statistical parameters of dam-site and reservoir inflow flood characteristics and K-S test

坝址/入库	变量	统计参数			K-S 检验 统计量
		均值	C_r	C_j/C_r	
坝址	Q_m	48689	0.18	2.0	0.0601
	W_{3d}	121.68	0.18	2.0	0.0707
	W_{7d}	257.03	0.17	2.0	0.1135
	W_{15d}	487.35	0.17	2.0	0.1153
入库	Q_m	54159	0.20	2.0	0.0916
	W_{3d}	131.22	0.19	2.0	0.0742
	W_{7d}	262.58	0.17	2.0	0.1330
	W_{15d}	491.98	0.17	2.0	0.1138

3.2 联合分布的建立

采用 Gumbel-Hougaard Copula 分别构建坝址和入库 Q_m 、 W_{3d} 、 W_{7d} 和 W_{15d} 的二维联合分布, 基于 1960~2013 年同步系列数据, 分别得到相应的秩相关系数 τ , 并根据 τ 与参数 θ 的关系分别计算 Copula 函数的参数值, 由式(7)计算 Copula 函数的 RMSE 值, 结果见表 2。

表2 二维联合分布参数估计结果

Table2 The parameter estimation results of the two-dimensional joint distributions

变量	τ	θ	RMSE
Q_m	0.817	5.46	0.0104
W_{3d}	0.834	6.01	0.0120
W_{7d}	0.874	7.95	0.0122
W_{15d}	0.899	9.94	0.0101

由表 2 可知 RMSE 值较小, 经验频率与理论频率值的拟合情况较好。图 1 对联合观测变量的经验联合分布值与理论联合分布值进行了对比, 为直观起见, 按理论频率的升序排列。表 2 和图 1 表明以 Gumbel-Hougaard Copula 函数作为联结函数所建立的坝址洪水与入库洪水的联合分布是合理可行的。

3.3 入库洪水条件最可能值和置信区间计算

给定坝址洪水的取值, 就可以按本文方法求解入库洪水的条件概率密度函数, 并得到入库洪水条件最可能值和置信区间。以 1960 年 (坝址 $Q_m=51\,400 \text{ m}^3/\text{s}$, $W_{3d}=130 \times 10^8 \text{ m}^3$, $W_{7d}=275.25 \times 10^8 \text{ m}^3$, $W_{15d}=502.25 \times 10^8 \text{ m}^3$) 为例, 图 2 给出了三峡水库对应的入库洪水特征值条件概率密度曲线。

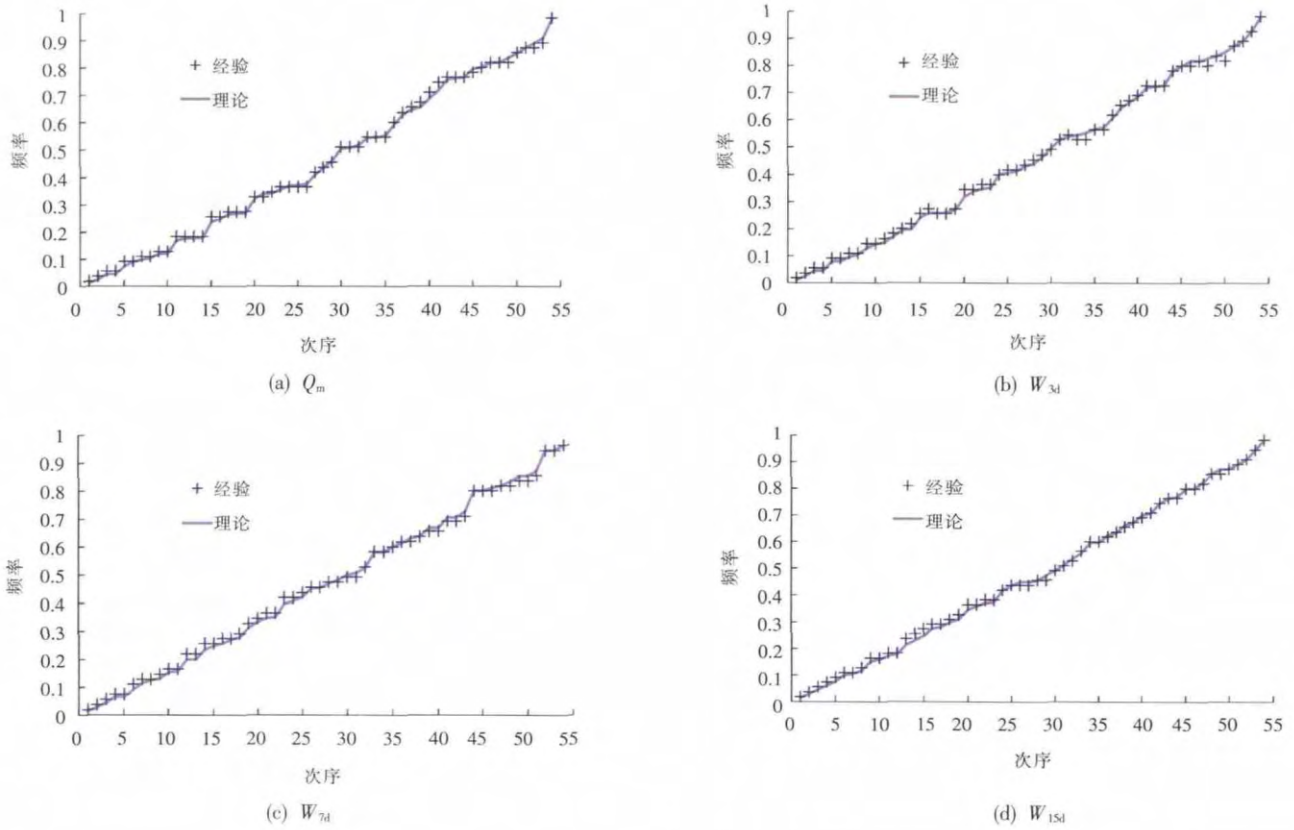


图1 联合观测值的经验分布和理论分布比较

Fig.1 Comparison of the empirical plots and theoretical frequency curve

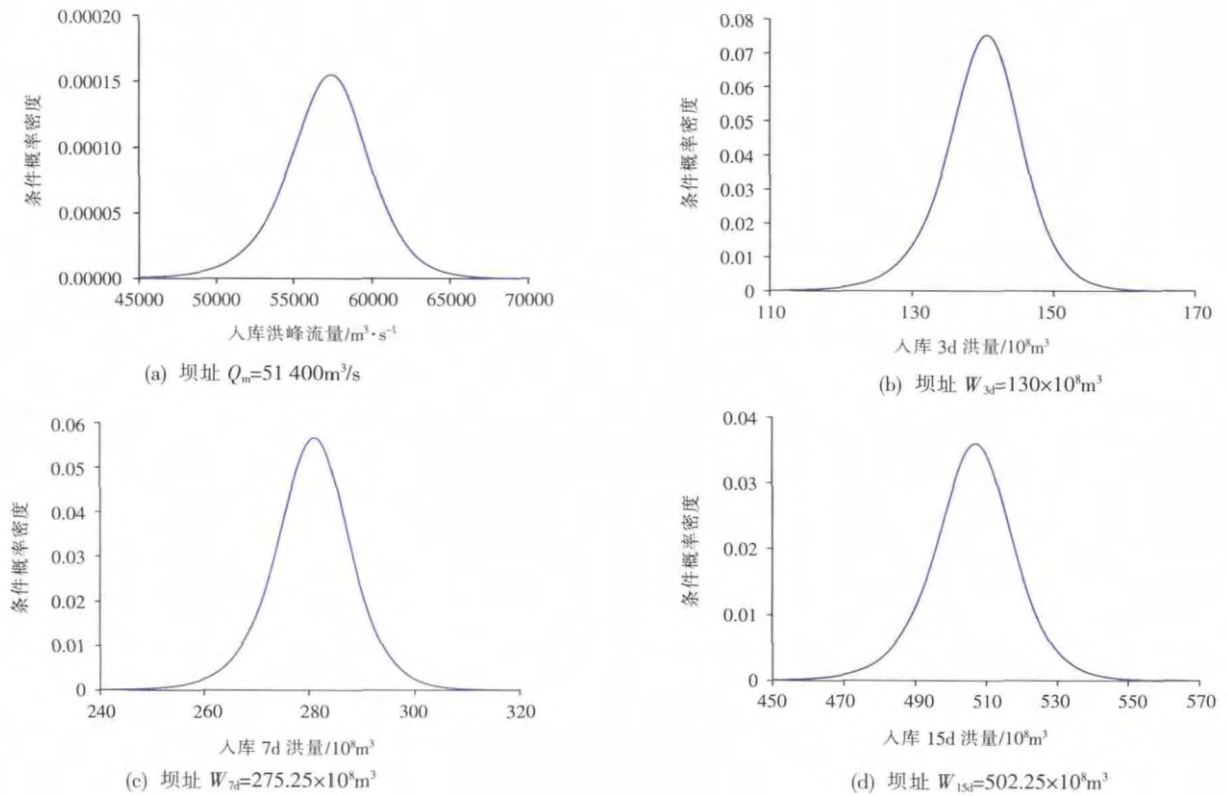


图2 1960年对应的入库洪水特征值条件概率密度曲线

Fig.2 The conditional probability density curves of the reservoir inflow flood characteristics in 1960

基于构建的坝址和入库洪水边缘分布、联合分布和条件分布，可以分别得到 2.3 节中对应入库洪水 Q_m 、 W_{3d} 、 W_{7d} 和 W_{15d} 最可能值需要满足的式(13)。采用二分法求解相应式 (13) 得到对应的入库洪水最可能值。事实上,这个值就是图 2 所示曲线上取到最大条件概率密度值的点对应的横坐标值。另外,取显著性水平 $\alpha=0.05$, $\alpha_1=\alpha_2=\alpha/2$, 并联立求解式(14)和式(15), 即可确定入库洪水 Y 的 90%置信区间。以入库洪峰流量为例, 本文方法得到的 90%置信区间为 $[52\ 100\text{m}^3/\text{s}, 61\ 560\text{m}^3/\text{s}]$, 该区间包含了实际计算值 $54\ 310\text{m}^3/\text{s}$, 条件最可能值为 $57\ 370\text{m}^3/\text{s}$, 相对误差 5.63%, 插补计算精度较高。

同理, 可以计算任意给定坝址洪水取值时的入库洪水条件最可能值和 90%置信区间, 见图 3。为了进行比较, 也采用线性回归法进行了计算, 并将其结果也绘

于图 3。同时, 以洪峰流量为例, 将本文所提方法计算获得的 8 场历史洪水对应的三峡水库入库洪峰流量条件最可能值和 90%置信区间及线性回归法得到的点估计值列于见表 3。

可以看出, 条件最可能值与实际计算序列拟合效果总体较好, 且拟合效果随相关性的增大而提高。此外, 90%置信区间基本上可以包住实际计算入库洪水值, 表明区间是可靠的, 可以用来评价点估计值的不确定性。随着坝址洪水量级的增加, 对应的入库洪水置信区间越来越窄, 表明不确定性在减小。这主要是因为坝址洪水数值大小愈来愈占据主导地位, 而其他随机因素对入库洪水大小的影响越来越小。此外, 从洪峰流量到最大 15d 洪量, 随着坝址洪水和入库洪水相关系数的增加, 也可以观察到不确定性减小的现象^[20]。

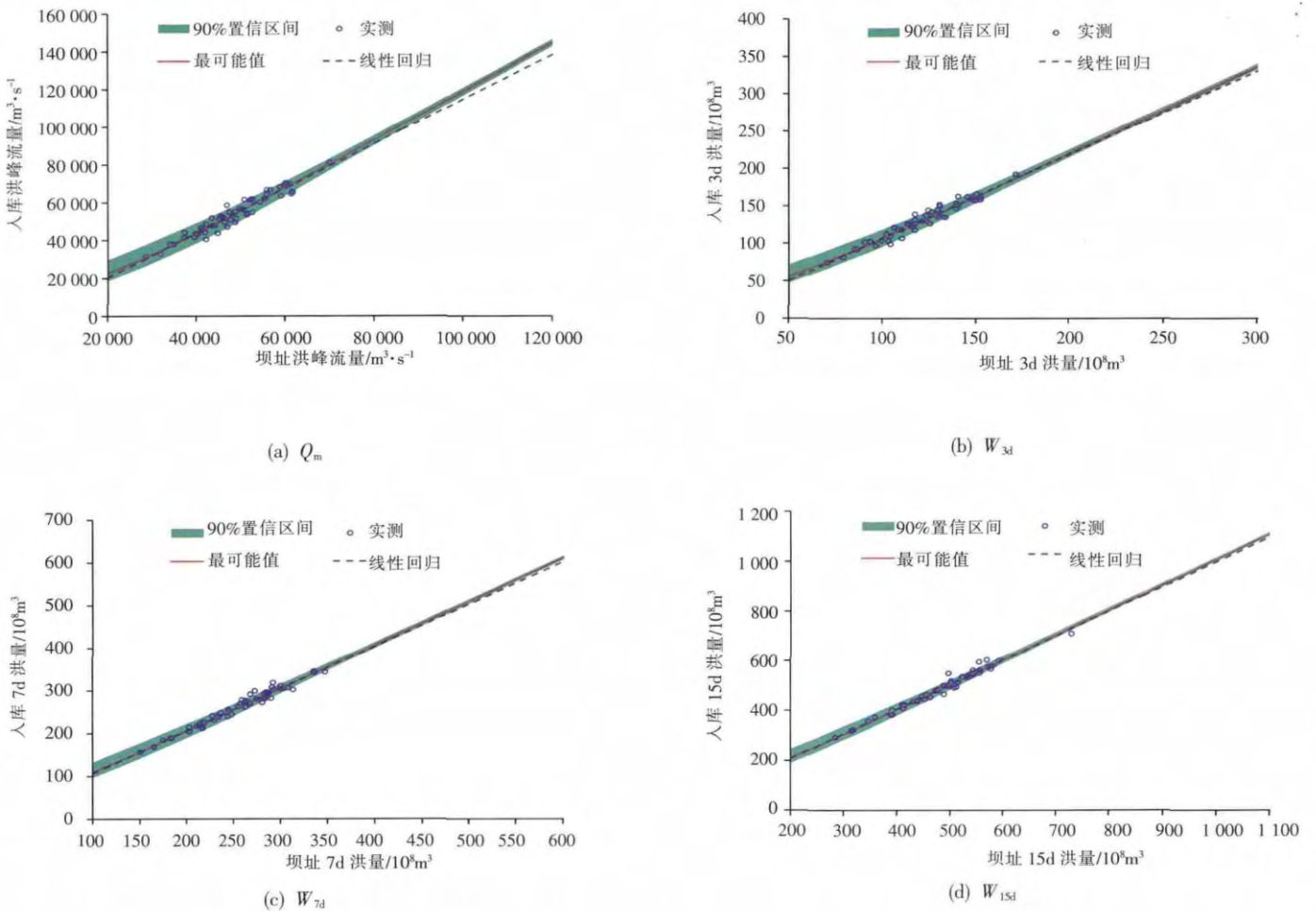


图 3 入库洪水条件最可能值、线性回归值和 90%置信区间

Fig.3 The conditional most likely values, linear regression values and 90% confidence intervals of the reservoir inflow flood

表3 8场历史坝址洪水及其对应的入库洪水洪峰流量
Table3 The peak flows of the 8 historical dam-site and corresponding reservoir inflow floods

历史年份	坝址洪峰流量	入库洪峰流量 (m ³ /s)		
		线性回归	最可能值	90%置信区间
1870	105000	120700	125500	[123200, 127300]
1227	96300	110400	114200	[111800, 116200]
1560	93600	107200	110800	[108200, 112800]
1153	92800	106300	109700	[107200, 111800]
1860	92500	105900	109300	[106800, 111400]
1788	86000	98200	101000	[98200, 103200]
1796	82200	93700	96100	[93200, 98400]
1613	81000	92300	94600	[91600, 96900]

从图3和表3可以发现,线性回归法所得的入库洪水值在坝址洪水量级较小或中等时与条件最可能值接近,但当坝址洪水量级较大时,所得结果明显偏小,甚至在稀遇洪水时小于置信下限,不在90%置信区间内。然而,从洪峰流量到15d洪量,随着两者相关性的增加,偏离90%置信区间越来越小。出现偏离的原因,主要是线性回归法假设坝址洪水与入库洪水两者满足线性关系且入库洪水系列服从正态分布,与实际并不相符合。本文所提方法推求的入库洪水条件最可能值统计基础较强,能较好地反映坝址洪水与入库洪水的内在关系,得到的入库洪水置信区间可以定量评价点估计值的不确定性。

4 结论

本文应用Copula函数构建坝址洪水与入库洪水的联合概率分布和条件概率分布,计算给定坝址洪水时入库洪水的条件最可能值和置信区间,提出了一种基于Copula函数的入库洪水插补新方法。应用三峡水库实例进行验证,主要研究结论如下:

(1)该法不仅可以求得入库洪水的各种点估计值,而且还能给出指定置信水平的区间估计值,从而对点估计值的不确定性进行定量评价。

(2)目前常用的线性回归法计算简单,但所作的线性和正态分布假设可能与实际情况并不相符。得到的入库洪水值在坝址洪水量级较大时明显偏小,甚至稀遇洪水时不在90%置信区间内。

(3)所提方法具有统计理论基础,结果合理可行,能较好地反映坝址洪水与入库洪水的内在关系。在具体应用时建议采用条件最可能估计值作为工程设计的

依据,置信区间估计值可供风险分析参考。

参考文献:

- [1] SL44-2006, 水利水电工程设计洪水计算规范 [S]. (SL44-2006, Design Flood Calculation Regulating for Water Resources and Hydropower Engineering[S]. (in Chinese))
- [2] 水利部长江水利委员会水文局, 水利部南京水文水资源研究所. 水利水电工程设计洪水计算手册 [M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2001. (Bureau of Hydrology, Changjiang Water Resources Commission, Nanjing Institute of Hydrology and Water Resources. Handbook of Calculation Design Flood for Water Resources and Hydropower Projects [M]. Beijing: China WaterPower Press, 2001. (in Chinese))
- [3] 李桃英, 蒋云钟, 殷峻, 等. 丹江口水库设计洪水研究[J]. 人民黄河, 2010, 32(11): 33-35. (LI Taoying, JIANG Yunzhong, YIN Junxian, et al. Study on designed flood of Danjiangkou reservoir [J]. Yellow River, 2010, 32(11): 33-35. (in Chinese))
- [4] 陆玉忠, 陆宝宏, 陆桂华, 等. 柘林水库坝址洪水与入库洪水系列分析[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2011, 39(1): 14-19. (LU Yuzhong, LU Baohong, LU Guihua, et al. Dam site and reservoir inflow flood series of Zhelin reservoir [J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2011, 39(1): 14-19. (in Chinese))
- [5] 钟逸轩, 郭生练, 刘章君, 等. 三峡水库入库洪水分析计算研究[J]. 水资源研究, 2015, 4(4): 330-338. (ZHONG Yixuan, GUO Shenglian, LIU Zhangjun, et al. Analysis of inflow floods of the Three Gorges reservoir [J]. Journal of Water Resources Research, 2015, 4(4): 330-338. (in Chinese))
- [6] Nelsen R B. An Introduction to Copulas (Second edition) [M]. New York: Springer, 2006.
- [7] 郭生练, 闫宝伟, 肖义, 等. Copula函数在多变量水文分析计算中的应用及研究进展 [J]. 水文, 2008, 28(3): 1-7. (GUO Shenglian, YAN Baowei, XIAO Yi, et al. Application of Copula function in multivariate hydrological analysis and estimation [J]. Journal of China Hydrology, 2008, 28(3): 1-7. (in Chinese))
- [8] Bárdossy A, Li J. Geostatistical interpolation using Copulas [J]. Water Resources Research, 2008, 44(7), W07412, doi: 10.1029/2007WR006115.
- [9] 宋松柏, 聂荣. 基于非对称阿基米德 Copula 的多变量水文干旱联合概率研究[J]. 水力发电学报, 2011, 30(4): 20-29. (SONG Songbai, NIE Rong. Asymmetric archimedean Copulas for multivariate hydrological drought frequency analysis [J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2011, 30(4): 20-29. (in Chinese))
- [10] 梁忠民, 郭彦, 胡义明, 等. 基于 copula 函数的三峡水库预泄对鄱阳湖防洪影响分析[J]. 水科学进展, 2012, 23(4): 485-492. (LIANG Zhongmin, GUO Yan, HU Yiming, et al. Impact of the pre-release from Three Gorges reservoir on flood control in Poyang lake using a copula-based approach [J]. Advances in Water Science, 2012, 23(4): 485-492. (in Chinese))
- [11] 冯平, 李新. 基于 Copula 函数的非一致性洪水峰量联合分析[J]. 水利学报, 2013, 44(10): 1137-1147. (FENG Ping, LI Xin. Bivariate

- frequency analysis of non-stationary flood time series based on Copula methods[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2013,44(10): 1137-1147. (in Chinese))
- [12] 李天元,郭生练,刘章君,等. 梯级水库下游设计洪水计算方法研究[J]. *水利学报*, 2014,45(6):641-648. (LI Tianyuan, GUO Shenglian, LIU Zhangjun, et al. Design flood estimation methods for cascade reservoirs[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2014,45(6):641-648. (in Chinese))
- [13] 刘章君,郭生练,李天元,等. 梯级水库设计洪水最可能地区组合法计算通式[J]. *水科学进展*, 2014,25(4):549-558. (LIU Zhangjun, GUO Shenglian, LI Tianyuan, et al. General formula derivation of most likely regional composition method for design flood estimation of cascade reservoirs system[J]. *Advances in Water Science*, 2014,25(4):549-558. (in Chinese))
- [14] 李天元,郭生练,刘章君,等. 基于峰量联合分布推求设计洪水[J]. *水利学报*, 2014,45(3):269-276. (LI Tianyuan, GUO Shenglian, LIU Zhangjun, et al. Design flood estimation based on bivariate joint distribution of flood peak and volume [J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2014,45(3):269-276. (in Chinese))
- [15] 陆桂华,闫桂霞,吴志勇. 基于 copula 函数的区域干旱分析方法[J]. *水科学进展*, 2010,21(2):188-193. (LU Guihua, YAN Guixia, WU Zhiyong, et al. Regional drought analysis approach based on copula function[J]. *Advances in Water Science*, 2010,21(2):188-193. (in Chinese))
- [16] Gr ler B, van den Berg M J, Vandenberghe S, et al. Multivariate return periods in hydrology: a critical and practical review focusing on synthetic design hydrograph estimation [J]. *Hydrology and Earth System Sciences*, 2013,17(4):1281-1296.
- [17] 刘和昌,梁忠民,姚秩,等. 基于 Copula 函数的水文变量条件组合分析[J]. *水力发电*, 2014,40(5):13-16.(LIU Hechang, LIANG Zhongmin, YAO Zhi, et al. Analysis on conditional compositions of hydrological variants based on copula function. *Water Power*, 2014,40(5):13-16. (in Chinese))
- [18] 刘章君,郭生练,李天元,等. 设计洪水地区组成的区间估计方法研究[J]. *水利学报*, 2015,46(5):543-550. (LIU Zhangjun, GUO Shenglian, LI Tianyuan, et al. Interval estimation method for design flood region composition[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2015,46(5):543-550. (in Chinese))
- [19] 陈璐,郭生练,张洪刚,等. 长江上游干支流洪水遭遇分析[J]. *水科学进展*, 2011,22(3):323-330. (CHEN Lu, GUO Shenglian, ZHANG Honggang, et al. Flood coincidence probability analysis for the upstream Yangtze River and its tributaries [J]. *Advances in Water Science*, 2011,22(3):323-330. (in Chinese))
- [20] 刘章君,郭生练,李天元,等. 贝叶斯概率洪水预报模型及其比较应用研究[J]. *水利学报*, 2014,45(9):1019-1028. (LIU Zhangjun, GUO Shenglian, LI Tianyuan, et al. Comparative study of Bayesian probabilistic flood forecasting models [J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2014,45(9):1019-1028. (in Chinese))

Study on Relationship between Reservoir Inflow Flood and Dam-site Flood Based on Copula Function

LIU Zhangjun¹, GUO Shenglian¹, ZHONG Yixuan¹, ZHANG Yaqi², SHU Weimin²

(1. *State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering Sciences, Wuhan University, Wuhan 430072, China;*

2. *Three Gorges Cascade Dispatch & Communication Center of China Yangtze Power CO, Ltd, Yichang 443133, China)*

Abstract: The transformation of dam-site flood series to corresponding reservoir inflow flood series by correlation analysis is needed when frequency analysis method is used to estimate reservoir inflow design floods. The commonly used linear regression method assumes that these two variables have linear relationship and reservoir inflow flood series follow normal distribution, which may not be conformed to the actual situation. This paper proposed a new interpolation method for reservoir inflow flood based on Copula function, which was adopted to construct the joint probability distribution and conditional probability distribution of dam-site flood and reservoir inflow flood. The conditional most likely values and confidence intervals of reservoir inflow flood are obtained given the value of dam-site flood. The application in the Three Gorges Reservoir indicates that the reservoir inflow flood values estimated by linear regression method are obviously smaller than those by the Copula method when the flood magnitude is large, even are not within the 90% confidence interval when dam-site flood with rare frequency occurs. The proposed method can reflect the inherent relationship between dam-site flood and reservoir inflow flood and give both point and interval estimates of reservoir inflow flood and evaluate the uncertainty of estimation quantitatively.

Key words: reservoir inflow flood; dam-site flood; correlation; Copula function; conditional probability distribution; most likely value; Three Gorges Reservoir