

流量Ⅲ型误差的分析

夏志培, 晋涛

(长江委水文局汉江水文水资源勘测局, 湖北 襄阳 441000)

摘要:以表达流量精确度的综合标准差公式为依据,用置信水平 85%与综合计算提高了误差指标值的安全程度和准确程度,应用 15 个测站 296 次流量Ⅲ型误差试验资料分析确定了单站计算法与综合计算法两套流量Ⅲ型误差实用方案,有效地控制了流量误差并提高了流量精度,且综合计算法优于单站计算法。分析研究成果明显改进了河流流量测验规范的相关规定,为其修订提供了重要依据。

关键词:流量Ⅲ型误差;综合标准差;置信水平;精度;实用方案

中图分类号:TV135

文献标识码:A

文章编号:1000-0852(2015)06-0067-05

流量Ⅲ型误差是指断面内根据有限垂线数所计算流量与真值或近真值的差值,分为随机误差与系统误差,是单次流量总误差中最重要的组成部分,所占比例 80%以上。流量Ⅲ型误差的大小与测速垂线数、流量计算方法、置信水平(或安全程度)及统计方法(单站统计或综合统计)等因素密切相关。例如:单宽流量法的计算公式是:

$$Q=0.50 \cdot b_1 \cdot q_1 + \sum \frac{b_i}{2} (q_i + q_{i+1}) + 0.50 \cdot b_{n+1} \cdot q_n \quad (1)$$

流量国标法(即《河流流量测验规范》规定的方法)的计算公式 Q (岸边流速系数取 0.70 时)是:

$$Q=0.35 \cdot b_1 \cdot q_1 \cdot v_1 + \sum \frac{b_i}{4} (d_i + d_{i+1}) \cdot (v_i + v_{i+1}) + 0.35 \cdot b_{n+1} \cdot d_n \cdot v_n \quad (2)$$

式(1)、(2)中: Q 为断面流量; b 为部分宽; q 为单宽流量; d 为垂线水深; v 为垂线平均流速。由于流量国标法比单宽流量法计算结果系统偏小,因此流量国标法的系统误差要大于单宽流量法的系统误差。

近年,我们从理论分析入手并用试验资料进行验证,对单宽流量法的流量Ⅲ型误差进行了较深入的分析研究。

1 流量综合标准差公式的推导

流量综合标准差公式是完整表达流量精确度(即精度)的公式。精确度是随机误差与系统误差所共同引起的测量值与真值的偏离程度,其综合误差越小,测量

结果精度越高。因此,综合标准差中必然包含随机误差与系统误差两部分,综合标准差公式也必然是标准差公式与系统误差的有机合成。

设 Q_m 为较少垂线时的流量; Q 为较多垂线时的流量(近似真值); I 为测量次数; $\frac{Q_m}{Q}$ 为较少垂线流量 Q_m 与较多垂线流量 Q 的比值; $\overline{\left(\frac{Q_m}{Q}\right)}$ 为多次 $\frac{Q_m}{Q}$ 值的平均值; σ_l, X_l 分别为综合标准差与综合不确定度; σ_c, X_c 分别为标准差与随机不确定度; μ 为系统误差。则有:

$$\sigma_l = \sqrt{\frac{\sum \left(\frac{Q_m}{Q} - 1\right)^2}{I-1}} \quad (3)$$

$$X_l = 2\sigma_l \quad (4)$$

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{\sum \left[\frac{Q_m}{Q} - \overline{\left(\frac{Q_m}{Q}\right)}\right]^2}{I-1}} \quad (5)$$

$$X_c = 2\sigma_c \quad (6)$$

$$\mu = \frac{\sum \left(\frac{Q_m}{Q} - 1\right)}{I} \quad (7)$$

综合标准差公式(3)是包含了系统误差的,而标准差公式(5)是不包含系统误差的,因此,在同系列条件下,用式(3)计算的结果要比用式(5)计算的结果大得多。

式(5)在形式上似乎与常用的标准差公式:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{\sum \left(\frac{Q_m - Q}{Q} - \mu\right)^2}{I-1}} \quad (8)$$

有所不同,但实际上可以证明它们是等价的(证明略)。

由式(7)

$$\mu = \frac{\sum \left(\frac{Q_m}{Q} - 1 \right)}{I} = \left(\frac{Q_m}{Q} \right) - 1$$

即

$$1 = \left(\frac{Q_m}{Q} \right) - \mu \tag{9}$$

将式(9)代入式(3)后有

$$\begin{aligned} \sigma_l &= \sqrt{\frac{\sum \left(\frac{Q_m}{Q} - 1 \right)^2}{I-1}} = \sqrt{\frac{\sum \left[\frac{Q_m}{Q} - \left(\frac{Q_m}{Q} \right) + \mu \right]^2}{I-1}} \\ &= \sqrt{\frac{\sum \left\{ \left[\frac{Q_m}{Q} - \left(\frac{Q_m}{Q} \right) \right]^2 + 2 \left[\frac{Q_m}{Q} - \left(\frac{Q_m}{Q} \right) \right] \mu + \mu^2 \right\}}{I-1}} \\ &= \sqrt{\frac{\sum \left[\frac{Q_m}{Q} - \left(\frac{Q_m}{Q} \right) \right]^2 + 2 \sum \mu \left[\frac{Q_m}{Q} - \left(\frac{Q_m}{Q} \right) \right] + I \mu^2}{I-1}} \end{aligned}$$

上式中的

$$\sum \left[\frac{Q_m}{Q} - \left(\frac{Q_m}{Q} \right) \right] = \sum \frac{Q_m}{Q} - I \left(\frac{Q_m}{Q} \right) = \sum \frac{Q_m}{Q} - \sum \frac{Q_m}{Q} = 0$$

则有:

$$\sigma_l = \sqrt{\frac{\sum \left[\frac{Q_m}{Q} - \left(\frac{Q_m}{Q} \right) \right]^2 + I \mu^2}{I-1}}$$

将式(5)代入上式后得到

$$\sigma_l = \sqrt{\sigma_c^2 + \frac{I}{I-1} \mu^2} \tag{10}$$

式(10)就是综合标准差 σ_l 与标准差 σ_c 及系统误差 μ 的相互转换公式,即有了标准差 σ_c 及系统误差 μ 就可以计算出综合标准差 σ_l 。

用综合不确定度表示时有:

$$X_l = \sqrt{X_c^2 + 4 \frac{I}{I-1} \mu^2} \tag{11}$$

当测量次数足够多时, $\frac{I}{I-1} \approx 1$, 则(10)式与(11)

式分别变为

$$\sigma_l = \sqrt{\sigma_c^2 + \mu^2} \tag{12}$$

$$X_l = \sqrt{X_c^2 + 4 \mu^2} \tag{13}$$

式(3)~式(7)与式(10)~式(13)就是本次分析计算流量Ⅲ型误差的基本公式。

2 单站计算法

应用长江委的屏山、高场、横江、龚滩、南咀、螺山

(二)、白河、沙洋、汉口,湖南省的芷江、永顺、黄潭桥,广西壮族自治区的黄冕,四川省的五通桥、苟渡口,共15个水文站296次流量Ⅲ型误差试验资料进行计算。在15个站中,流量最小的为黄潭桥1.09~28.4m³/s,最大的为汉口9640~63400m³/s;测次数上,南咀最少为8次,苟渡口最多为40次,其余均在12~24次之间;测速垂线数,除少数在30~40条以外,大多数均在40~66条之间。总体而言,选用的资料代表性是足够的。

单站计算法步骤如下:

(1)用等部分宽法布设5、10、15、20、25条垂线,内插出各垂线位置的单宽流量,用式(1)计算出这些垂线数及多垂线的断面流量。

(2)以多垂线的流量为准,计算出这些垂线的单次流量误差。

(3)根据单次流量误差计算出这些垂线的综合不确定度 X_l (即两倍综合标准差)、随机不确定度 X_c (即两倍标准差)及系统误差 μ ,且这三者代入式(11)是完全相等的。并将这三种误差列于表1。

(4)在表1中挑选出这些垂线的 X_l 、 X_c 及 μ 的最大与次大的均值,点绘 X_l 、 X_c 及 μ 的均值与垂线数的关系图,并用式(13)进行基本平衡计算,定出3条光滑曲线,如图1所示。

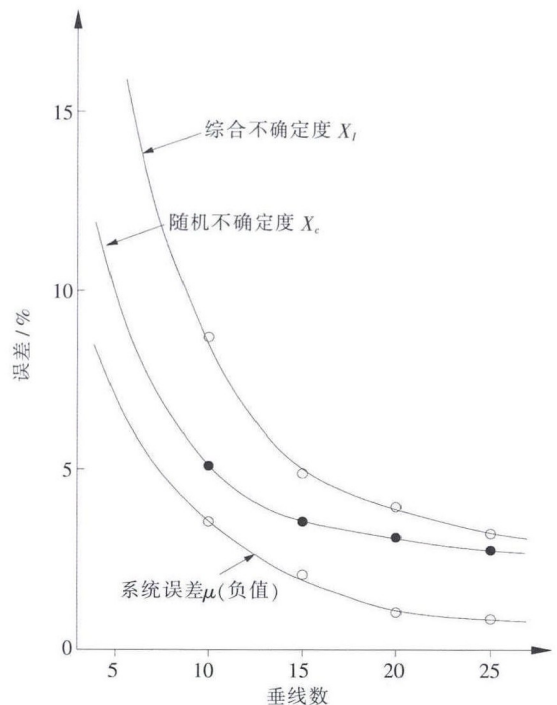


图1 单站计算法不确定度、系统误差与垂线数关系

Fig.1 The relationship among uncertainty, systematic errors and the number of perpendicular using mono-static calculation method

表1 单站计算法不确定度与系统误差

Table1 The uncertainty and systematic errors of the mono-static calculation method

站名	综合不确定度 $X_I / \%$					随机不确定度 $X_C / \%$					系统误差 $\mu / \%$				
	5	10	15	20	25	5	10	15	20	25	5	10	15	20	25
黄冕	16.9	3.8	3.6	2.2	2.2	3.6	3.2	1.9	1.8	1.7	-8.1	-1.0	-1.5	-0.6	-0.7
五通桥	18.9	3.7	2.7	2.2	2.2	5.7	3.0	2.3	2.1	2.2	-8.7	-1.0	-0.6	-0.3	0.1
苟渡口	11.0	3.5	4.4	2.5	2.9	5.3	2.8	3.1	2.4	2.6	-4.8	-1.0	-1.6	0.0	-0.5
芷江	8.6	3.8	3.7	1.8	2.1	7.2	3.2	3.6	1.6	1.9	-2.3	-1.0	-0.4	-0.4	-0.4
永顺	12.1	5.1	3.3	2.5	2.9	6.0	3.4	2.4	2.1	2.5	-5.2	-1.9	-1.1	-0.7	-0.8
黄潭桥	11.3	4.3	3.9	2.8	1.6	9.1	3.9	2.4	2.7	1.6	-3.2	-0.9	-1.5	-0.3	0.1
高场	12.5	9.1	3.7	2.6	1.0	3.8	3.4	2.7	1.9	1.0	-5.8	-4.1	-1.2	-0.9	-0.2
横江	10.9	2.9	1.6	1.0	1.0	4.1	2.3	1.3	1.0	1.0	-4.9	-0.8	-0.4	-0.1	-0.1
龚滩	5.3	3.1	2.0	1.7	1.2	4.8	3.1	1.9	1.5	1.2	-1.1	-0.2	-0.2	-0.4	-0.1
南咀	6.1	5.8	1.7	1.2	1.0	6.1	4.0	1.7	1.2	0.8	0.0	-2.0	-0.2	-0.2	0.2
白河	10.1	4.7	4.1	2.6	2.4	5.7	3.3	3.0	2.4	2.2	-4.1	-1.7	-1.4	-0.6	-0.4
沙洋	13.0	6.2	3.7	3.8	2.8	11.8	5.1	3.2	3.5	2.7	-2.7	-1.7	-1.0	-0.8	-0.4
屏山	6.7	3.1	2.1	1.4	1.3	6.0	2.6	1.9	1.4	1.3	-1.4	-0.7	-0.5	0.0	-0.1
螺山(二)	17.0	3.1	3.5	2.6	2.0	5.8	2.8	2.0	1.6	2.0	-7.7	-0.7	-1.4	-1.0	0.1
汉口	12.5	4.5	2.9	2.2	2.0	5.6	4.4	2.8	1.7	2.0	-5.5	-0.5	-0.3	-0.7	0.0

表2 单站计算法流量Ⅲ型误差指标值

Table2 The index values of type Ⅲ errors using the mono-static calculation method

误差值 / % 垂线数 n 误差类型	垂线数 n																
	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
综合不确定度 X_I	9.1	8.1	7.2	6.5	5.9	5.3	4.9	4.5	4.2	4.0	3.8	3.6	3.5	3.4	3.3	3.2	
随机不确定度 X_C	5.4	4.9	4.5	4.2	3.9	3.7	3.5	3.3	3.2	3.1	3.1	3.0	2.9	2.8	2.8	2.7	
系统误差 μ	-3.7	-3.3	-2.9	-2.5	-2.2	-1.9	-1.7	-1.5	-1.3	-1.2	-1.1	-1.1	-1.0	-1.0	-0.9	-0.9	

(5) 在3条光滑曲线上查出不同垂线数的 X_I 、 X_C 及 μ , 列表2即为所求。

(6) 计算置信水平。方法是: 计算最后采用的综合标准差与标准差和由296次资料计算的综合标准差与标准差的比值, 在正态曲线上查得面积 Φ 值, 则置信水平为 $(2\Phi-1)\%$ 。5种垂线垂线数各有两个值, 共10个值, 在80%~91%之间变化, 平均为84.7%。即平均84.7%测次的误差不超过采用的误差指标值, 采用误差指标值是较为安全的。

应用时水文主管部门可根据水文站的重要程度规定系统误差范围, 然后从表2中查得必要的测速垂线数即可。如系统误差不超过-2.0%时必要的测速垂线数为14条。

3 综合计算法

首先, 需要对随机误差与系统误差的不确定度做一说明, 随机误差与系统误差的指标值是根据试验资

料计算出来的, 由于试验资料的次数是有限的, 因而随机误差与系统误差都存在不确定度 Δx 的问题。相对不确定度 $\Delta x/x$ 即误差的相对值, 其计算公式为:

$$\frac{\Delta x}{x} = \sqrt{\frac{0.50}{I-1}} \tag{14}$$

前述15个站296次试验资料, 平均每站20次。代入式(14)求得平均不确定度为16.2%, 即平均准确程度为83.8%。

所谓综合计算, 就是将15个站296次试验资料汇集在一起, 视为一个大站进行误差计算。此时, 用公式(14)计算的不确定度为4.1%, 即准确程度为95.9%, 比单站计算提高了12.1个百分点, 其准确程度得到大幅提高。

综合计算的方法步骤为:

(1) 用与单站计算法相同的方法计算出单次流量误差。

(2) 分别将各种垂线296个单次流量误差汇集在

表3 综合算法不确定度与系统误差

Table3 The uncertainty and systematic errors of the comprehensive calculation method

误差值 / % 垂线数及 误差类型	5			10			15			20			25		
	X_I	X_C	μ	X_I	X_C	μ	X_I	X_C	μ	X_I	X_C	μ	X_I	X_C	μ
计算值	11.8	7.32	-4.65	4.52	3.74	-1.26	3.30	2.70	-0.94	2.20	2.04	-0.45	2.10	2.02	-0.27
采用值	17.0	10.5	-6.70	6.51	5.39	-1.81	4.75	3.89	-1.35	3.20	2.94	-0.65	3.02	2.91	-0.39

一起,计算出5、10、15、20、25条垂线时的综合不确定度 X_I 、随机不确定度 X_C 及系统误差 μ 的计算值,乘以1.44(对应的置信水平为85%)后作为采用值一并列于表3。在表3中,各种垂线数的3个误差值用式(13)计算都是完全相等的。

(3) 点绘 X_I 、 X_C 及 μ 的采用值与垂线数关系图,用式(13)进行平衡计算,定出3条光滑曲线,如图2所示。

(4) 在图2中查得不同垂线数的 X_I 、 X_C 及 μ 值列

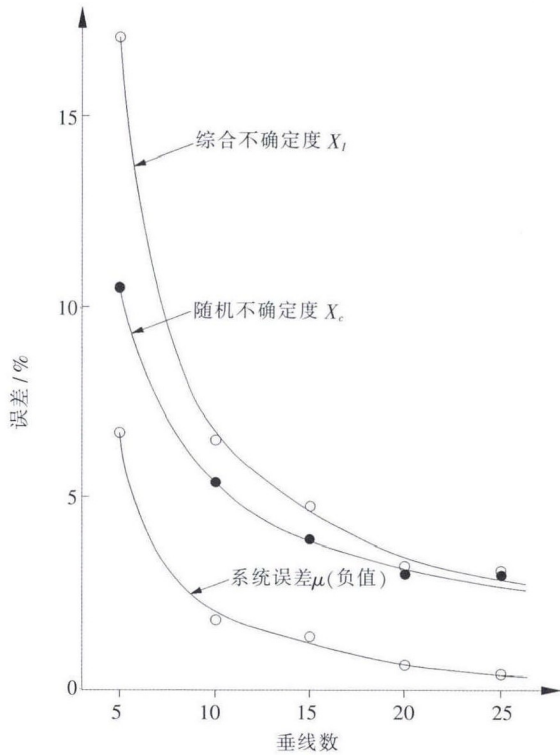


图2 综合算法不确定度、系统误差与垂线数关系

Fig.2 The relationship among uncertainty, systematic errors and the number of perpendicular using the comprehensive calculation method

于表4即是综合算法的最终成果。

应用时,依据选定的系统误差范围,从表中查得必要垂线数即可,其应用方法与单站法相同。

上述分析中,表2与表4的置信水平虽然都是85%,但由于计算方法不同其效果是有差异的。在系统误差为-1.0%、-1.5%、-2.0%、-2.5%时,从表2中查得的必要测速垂线数依次是20、16、14、12条,平均为15.5条,从表4中查得的必要测速垂线数为17、13、10、9条,平均为12.2条,综合算法少3.3条,即提高工作效率21.3%,表明综合算法优于单站算法。

4 小结

在本次流量Ⅲ型误差的分析研究中,按照理论联系实际的技术路线获得了实用的技术成果,总结起来有四方面。

一是首次推导出了表达流量精确度的综合标准差公式,不但揭示了综合标准差(或综合不确定度)、标准差(或随机不确定度)及系统误差三者之间的内在联系,而且为流量Ⅲ型误差的分析计算,制定简便实用的方案提供了重要的理论依据。

综合标准差公式还可广泛用于泥沙Ⅲ型误差分析及许多相关分析,并对其精度进行定量评价。如有三条水位流量关系曲线,其标准差分别为3.8%、3.4%、3.2%,系统误差分别为0.4%、-0.8%、1.0%,测次分别为15、17、18,用式(10)计算的综合标准差分别为3.82%、3.50%、3.36%。这三条水位流量关系曲线的标准差与系统误差绝对值之和均为4.2%,但第3条水位流量关系曲线的精度要高一些。

表4 综合算法流量Ⅲ型误差指标值

Table4 The index values of type Ⅲ errors using comprehensive calculation method

误差值 / % 垂线数 n 误差类型	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	25
	综合不确定度 X_I	10.3	8.6	7.5	6.7	6.1	5.6	5.2	4.9	4.6	4.3	4.0	3.8	3.6	3.4
随机不确定度 X_C	7.5	6.6	5.9	5.4	4.9	4.6	4.3	4.0	3.8	3.7	3.5	3.4	3.3	3.2	2.7
系统误差 μ	-3.5	-2.8	-2.3	-2.0	-1.8	-1.6	-1.5	-1.3	-1.2	-1.1	-0.9	-0.8	-0.7	-0.7	-0.4

二是在误差指标值的取值方面,单站计算法是采用各站最大与次大平均值,其平均值置信水平为84.7%,综合计算法是采用计算值的1.44倍(对应的置信水平为85%),两者均只有15%测次的误差超过误差指标值,误差指标值是较安全的。

三是在统计方法中,将传统的单站计算深化为综合计算,创新了计算流量Ⅲ型误差的途径与方法。综合计算法明显的提高了误差指标值的准确程度,更加符合实际情况,提高了工作效率,使有限的测次能发挥出更大的作用。

四是根据15个站296次代表性较好的流量Ⅲ型误差试验资料,遵循上述原则与方法所制定的2套流量Ⅲ型误差指标差实用方案,不但安全程度较高,而且简单方便,易于操作,对控制流量误差与提高流量精度可起重要作用。

相比较而言,综合计算法的方案更优于单站计算法的方案,因此,特别推荐综合计算法方案在流量测验中应用。

参考文献:

- [1] 金光炎. 水文统计原理与方法 [M]. 北京: 中国工业出版社, 1964. (JIN Guangyan. Principles of Hydrologic Statistics [M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 1964. (in Chinese))
- [2] 钱学伟, 陆建华. 水文测验误差分析与评定 [M]. 北京: 中国水利电力出版社, 2007. (QIAN Xuewei, LU Jianhua. Analysis and Evaluation of Hydrologic Test Error [M]. Beijing: China WaterPower Press, 2007. (in Chinese))
- [3] 苏业助, 章厚玉, 郎理民, 等. 水沙测量计算方法研究 [M]. 武汉: 长江出版社, 2011. (SU Yezhu, ZHANG Houyu, LANG Limin, et al. Research on the Calculation Method of Water and Sediment Measurements [M]. Wuhan: Changjiang Press, 2011 (in Chinese))

Analysis of Type III Error of Flow

XIA Zhipei, JIN Tao

(Hanjiang Bureau of Hydrology and Water Resources Survey, Changjiang Water Resources Commission, Xiangyang 441000, China)

Abstract: Based on the comprehensive standard deviation formula measuring the accuracy of flow, the safety and accuracy of the error index values have been improved with a confidence level 85% and comprehensive calculation. Also, the two practical solutions measuring type III error using mono-static calculation method and comprehensive calculation method were given based on the analysis of the experiment data of 296 type III errors at the 15 stations, which has effectively controlled the error of flow and improved the accuracy of flow. And the comprehensive calculation method is better than the mono-static calculation method. The conclusion of the research has largely improved the related provisions of river flow measurement specification and also provided important bases for the modification.

Key words: type III error of flow; comprehensive standard deviation; confidence level; accuracy; practical solution

《水文》杂志征订启事

《水文》杂志是由水利部主管,水利部水文局(水利信息中心)主办,国内外公开发行的我国水文水资源专业的学术性科技期刊,系我国地球物理学类和水利工程类全国中文核心期刊、中国科技核心期刊、中国科学引文数据库来源期刊、《中国学术期刊(光盘版)》全文收录期刊、中国期刊网和“万方数据——数字化期刊群”入网期刊。

刊登内容: 水文水资源基础理论研究,水文站网规划设计,水文测验技术,水文资料处理与服务,水文水资源分析计算,水文情报预报,水资源调查评价,水环境、水生态监测与水质预测,新技术在水文水资源方面的应用,测验仪器设备的研制,国内外水文水资源科技进展综述、评述以及有关信息和动态等。

出版发行: 《水文》杂志为双月刊,每逢双月25日出版,国内由北京报刊发行局总发行,全国各地邮局均可办理订阅手续,邮发代号:2-430,每册定价20元,全年6期,共120元;国外由中国国际图书贸易总公司(地址:北京399信箱,邮政编码:100044)发行,代号:BM511。

通讯地址: 北京市白广路二条2号,100053,电话:(010)63203599; 传真:(010)63204559; E-mail: jhyd@mwr.gov.cn

投稿网址: <http://sw.allmaga.net/ch/index.aspx>

*注:鉴于目前网络投稿系统与原信箱投稿方式仍在并行阶段,为了避免遗漏和延误编审稿件,所以来稿必须同时向上述两个网址投稿方可登记在册,否则可视为投稿未成功。