

# Sobol'方法分析 TOPMODEL 水文模型参数敏感性

齐伟, 张弛, 初京刚, 周惠成

(大连理工大学水利学院, 辽宁 大连 116024)

**摘要:**为深入理解 TOPMODEL 水文模型产汇流机理和分析模型参数选择对洪水模拟影响,使用全局敏感性分析 Sobol'方法对 TOPMODEL 模型单个参数和参数组合对洪水模拟指标影响进行了定量分析。结果表明:模型各个参数单独作用对纳什效率系数、径流总量相对误差和洪峰相对误差影响较小;土壤饱和传导度、坡面汇流速度和土壤下渗率指数衰减速率单独作用对峰现时差影响显著;土壤下渗率指数衰减速率和下渗滞时组合对纳什效率系数、径流总量相对误差、洪峰相对误差影响最大;土壤下渗率指数衰减速率和土壤饱和传导度组合对峰现时差影响显著。

**关键词:**水文模型;参数敏感性分析;Sobol';TOPMODEL;洪水模拟

中图分类号:TV121.7

文献标识码:A

文章编号:1000-0852(2014)02-0049-06

水文模型是流域降雨径流过程的简化描述,模型通过数学方程结合待确定参数共同代表流域的产汇流特征,被广泛应用于流域水文预报,发挥防洪减灾作用。水文模型参数确定是模型应用于实际预报的关键问题。TOPMODEL 水文模型是英国水文学家 Beven 于 1979 年提出的流域降雨径流模型<sup>[1]</sup>,自模型提出后在国内外得到了广泛认同和应用<sup>[2-8]</sup>。但 TOPMODEL 水文模型参数敏感性分析通常使用基于蒙特卡罗模拟的 Hornberger-Spear-Yong (HSY)局部敏感性分析方法<sup>[9-11]</sup>,该方法不能有效分析控制模拟结果的关键参数及参数之间的相互作用。在国内,任启伟等人使用 Sobol'方法分析了 TOPMODEL 模型参数敏感性,但是并没有分析单个参数和各个参数组合对洪水模拟各指标的影响<sup>[12]</sup>。因此,本文使用全局敏感性分析 Sobol'方法对 TOPMODEL 模型单个参数和参数组合对洪水模拟各个指标的影响进行了定量研究。

本文选择碧流河流域作为实验流域,选择该流域 8 场洪水事件(重现期包括 1a、2a、3a、8a、30a 和 40a)作为实验数据。首先,介绍了碧流河流域概况,Sobol'敏感性分析方法以及 TOPMODEL 水文模型;然后,在 TOPMODEL 模型参数空间内使用拉丁超立方体(Latin Hypercube Sampling, LHS)抽样方法随机抽取模型参

数,运行模型并依据模型输出指标,使用 Sobol'方法分析了控制 TOMODEL 模型模拟表现的单个关键参数和参数之间的相互作用;最后进行了分析总结。

## 1 方法

### 1.1 碧流河流域概况

碧流河流域位于中国东北部,辽宁省南部地区,南靠黄海,西邻渤海,地势由东北向西南倾斜,上游属低山区,平均海拔 242m。流域 6~9 月为汛期,汛期经常受西风带台风、冷锋和气旋天气系统影响,降雨量大、强度大、范围广,洪水历时较短。流域多年平均降水量 742.8mm,多年平均径流深 294.5mm,多年平均温度 10.6°C。碧流河流域内土地利用以林地和耕地为主,分别占流域面积的 75%和 19%;土壤主要有棕壤、草甸土、棕壤性土、潮棕壤和水稻土五种类型。流域内建有碧流河水库,位于碧流河下游,坝址以上控制流域面积 2 085km<sup>2</sup>,占全流域面积的 74.1%。

碧流河流域地理位置及雨量站、流量站分布情况如图 1 所示。本文研究碧流河水库流量站以上流域,使用泰森多边形法求取流域降雨平均值。

### 1.2 Sobol'全局敏感性分析

Sobol'方法是一种基于方差的全局敏感性定量分

收稿日期:2013-03-18

基金项目:国家重点基础研究发展计划(973 计划)资助项目(2013CB036400);国家自然科学基金资助项目(51079014,51279021)

作者简介:齐伟(1987-),男,陕西商洛人,博士研究生,主要从事分布式水文模型方面的研究。E-mail: QiWei\_WaterResources@hotmail.com

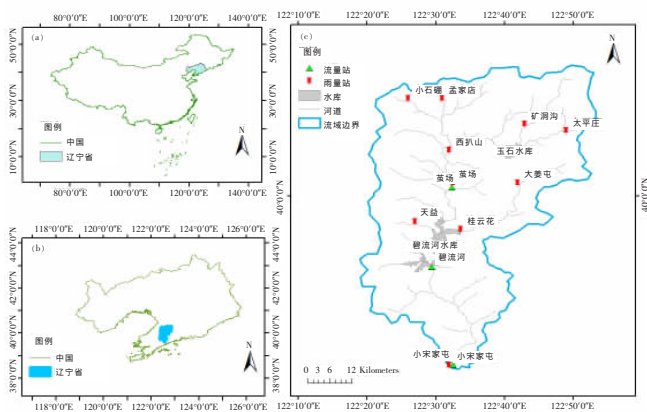


图1 碧流河流域概况

Fig.1 The Biliuhe River basin

析方法<sup>[13-18]</sup>。Sobol'方法能够非常有效的分析高度非线性水文模型多个变量之间相互作用的敏感性。原始Sobol'方法需要  $n \times (2m+1)$  次模型计算。 $n$  表示蒙特卡罗抽样样本大小; $m$  表示模型参数个数。Saltelli 2002 年提出了改进方法使得计算一阶,二阶和全阶敏感性指数需要的模型计算减少到  $n \times (m+2)$  次<sup>[17]</sup>。本文使用Saltelli 2002 提出的改进方法,随即抽取 3 000 组初始模型参数。

Sobol'方法将水文模型用式(1)表示。其中  $Y$  表示模型输出变量的衡量指标; $x$  表示模型所有的参数;模型总方差  $D(y)$  由各个参数方差和参数相互作用方差组成,如式(2)。

$$Y=f(x)=f(x_1, \dots, x_p) \quad (1)$$

$$D(y) = \sum_i D_i + \sum_{i < j} D_{ij} + \sum_{i < j < k} D_{ijk} + D_{1,2,\dots,p} \quad (2)$$

式中: $D_i$  为  $x_i$  参数的方差; $D_{ij}$  为  $x_i$  和  $x_j$  参数相互作用方差。单个参数和参数之间相互作用的敏感性可以用不同阶敏感性指数表示。单个参数敏感性用一阶敏感性指数反映,单个参数与其他所有参数共同影响敏感性用全阶敏感性指数表示,两参数组合敏感性用二阶敏感性指数表示。一阶、二阶及全阶敏感性指数计算公式分别如式(3)~(5)所示。

$$\text{一阶敏感性指数: } S_i = \frac{D_i}{D} \quad (3)$$

$$\text{二阶敏感性指数: } S_{ij} = \frac{D_{ij}}{D} \quad (4)$$

$$\text{全阶敏感性指数: } S_{Ti} = \frac{D_{-i}}{D} \quad (5)$$

式中: $D_{-i}$  表示除参数  $x_i$  以外其他参数方差; $S_i$  表示参

数  $x_i$  的敏感性; $S_{ij}$  表示参数  $x_i$  和  $x_j$  相互做用敏感性; $S_{Ti}$  表示  $x_i$  与其他参数共同影响敏感性。

由于水文模型具有很大的非线性和复杂性,因此上述方差可以通过蒙特卡罗方法进行估算。 $D, D_i, D_{ij}$  和  $D_{-i}$  计算公式如(6)~(11)。

$$\hat{f}_0 = \frac{1}{n} \sum_{s=1}^n f(x_s) \quad (6)$$

$$\hat{D} = \frac{1}{n} \sum_{s=1}^n f^2(x_s) - \hat{f}_0^2 \quad (7)$$

$$\hat{D}_i = \frac{1}{n} \sum_{s=1}^n f(x_s^{(a)}) f(x_{(-i)s}^{(b)}, x_{is}^{(a)}) - \hat{f}_0^2 \quad (8)$$

$$\hat{D}_{ij}^c = \frac{1}{n} \sum_{s=1}^n f(x_s^{(a)}) f(x_{(-i,-j)s}^{(b)}, x_{is}^{(a)}, x_{js}^{(a)}) - \hat{f}_0^2 \quad (9)$$

$$\hat{D}_{ij} = \hat{D}_{ij}^c - \hat{D}_i - \hat{D}_j \quad (10)$$

$$\hat{D}_{-i} = \frac{1}{n} \sum_{s=1}^n f(x_s^{(a)}) f(x_{(-i)s}^{(b)}, x_{is}^{(b)}) - \hat{f}_0^2 \quad (11)$$

式中: $n$  表示蒙特卡罗样本大小; $x_s$  表示单个参数抽样个体; $(a), (b)$  表示两个不同的抽样; $x_s^{(a)}$  表示所有参数从抽样  $(a)$  中选取; $x_{is}^{(a)}$  和  $x_{is}^{(b)}$  分别表示参数  $x_{is}$  从抽样  $(a)$  和抽样  $(b)$  中选取; $x_{(-i)s}^{(a)}$  和  $x_{(-i)s}^{(b)}$  分别表示除  $x_{is}$  以外的参数从抽样  $(a)$  和抽样  $(b)$  中选取; $x_{(i,j)s}^{(a)}$  表示参数  $x_{is}$  和  $x_{js}$  从抽样  $(a)$  中选取; $x_{(-i,-j)s}^{(a)}$  表示除  $x_{is}$  和  $x_{js}$  以外其他参数从抽样  $(b)$  中选取。

### 1.3 TOPMODEL 水文模型

TOPMODEL 模型建立在 3 个主要假设上:稳态假设、水力坡度近似于地表坡度、饱和导水率为饱和地下水水面深度的负指数函数。该模型参数较少,结构简单并且具有一定的物理基础,提出之后在全球范围内得到大量的使用。原始版本 TOPMODEL 模型主要含有 6 个参数,各参数意义和本文研究中取值范围如表 1 所示。

表1 模型参数意义及取值范围

Table1 Parameters definition and value range

参数	意义	下限	上限
SZM/m	土壤下渗率随指数衰减的速率	0.005	0.04
$Ln(T0)/m^2 \cdot h^{-1}$	土壤刚达饱和时的传导度	-25	10
$RV/m^2 \cdot h^{-1}$	地表坡面汇流的有效速度	3500	8000
SRmax /m	植被根系区最大蓄水能力	0	0.01
SR0/m	植被根系区初始缺水深	0	0.01
$TD/m \cdot h^{-1}$	下渗时间滞时参数	0.5	5

地形指数的计算采用最大坡度法,使用 30m 精度的 DEM 数据,利用 Rivertools 地理信息处理软件结合自编 FORTRAN 程序求出流域分布如图 2 和图 3 所示。流域汇流等流时线采用 ARCGIS 地理信息处理软件结合自编 FORTRAN 程序求出分布如图 4。

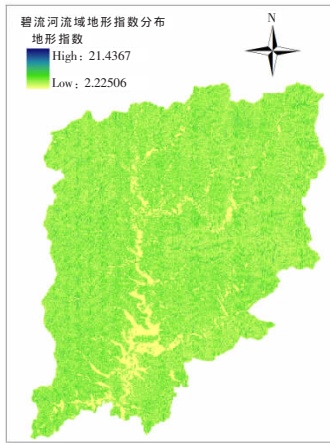


图 2 碧流水库以上流域地形指数分布

Fig.2 The spatial distribution of topgraphy index

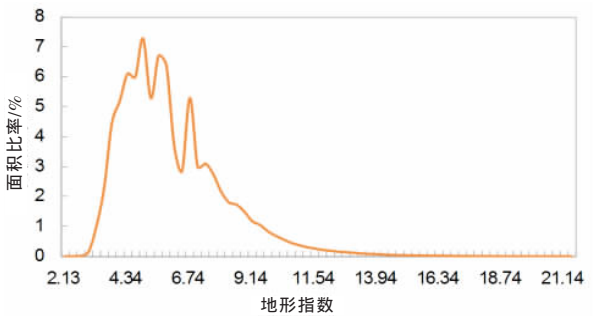


图 3 碧流水库以上流域地形指数概率密度分布

Fig.3 Distribution of the topgraphy index

## 2 结果

### 2.1 流域水文过程模拟

使用 TOPMODEL 模型对碧流河流域 8 场洪水进行模拟,结果如图 5 所示,洪水模拟各个指标如表 2 所示。图 5 和表 2 显示洪水模拟较好。纳什效率系数  $E$  均达到 0.85 以上,径流总量相对误差  $RE$ 、峰现时差  $\theta$  和洪峰相对误差  $PQ$  均达到合格。

### 2.2 TOPMODEL 模型一阶及全阶敏感性

本文选择敏感性阈值为 0.01,当参数敏感性指数小于 0.01 时认为参数对结果无影响<sup>[13]</sup>。TOPMODEL 模型各个参数一阶及全阶敏感性指数如图 6 所示。

从图 6 可以明显看出, TOPMODEL 模型各个参数对洪水模拟各个指标的影响差异巨大。图 6 (a)、(b)、(d)显示各个参数单独作用对纳什效率系数  $E$ 、径流总量相对误差  $RE$ 、洪峰相对误差  $PQ$  影响较小,而与其他参数共同作用对各洪水模拟指标影响较大。图 6 (c)显示土壤饱和和传导度对数  $Ln(TO)$ 、坡面汇流速度

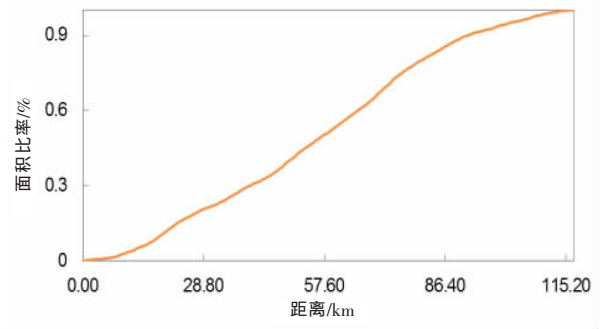


图 4 碧流水库以上流域等流时线

Fig.4 The accumulate area-distance distribution

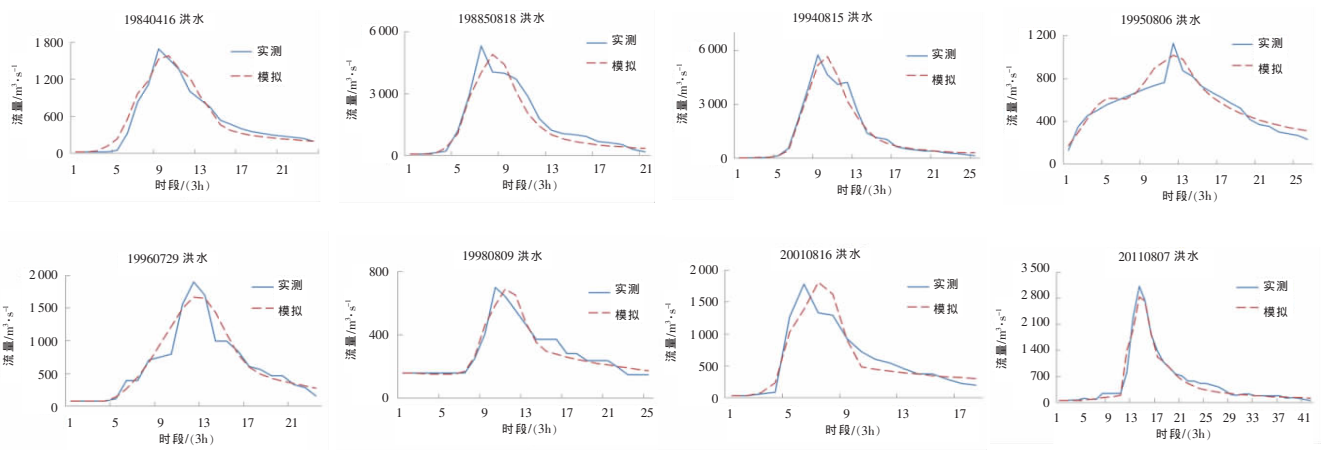


图 5 碧流河流域洪水模拟结果

Fig.5 Flood simulation of the Biliu River basin

$RV$  和土壤下渗率指数衰减速率  $SZM$  对峰现时差  $\theta$  影响显著。

### 2.3 TOPMODEL 模型参数相互作用

TOPMODEL 模型参数组合对洪水模拟各个指标影响如图 7 所示。其中横轴表示参数组合。从图 7 可以看出, 不同参数组合对洪水模拟各个指标影响差异显著。土壤下渗率指数衰减速率  $SZM$  和下渗滞时  $TD$  组合对纳什效率系数  $E$ 、径流总量相对误差  $RE$ 、洪峰相对误差  $PQ$  影响最大。土壤下渗率指数衰减速率  $SZM$  和土壤饱和传导度对数  $Ln(TO)$  组合对峰现时差的影响显著。这主要是由于 TOPMODEL 模型径流由地表径流和地下饱和出流组成, 而土壤下渗率指数衰减速率、

下渗滞时和土壤饱和传导度对数组合主要决定地下水位上升快慢和降雨产流在土壤中停留时间长短<sup>[19]</sup>, 因此对流域出口产流量多少和产流总量中地表地下径流组成比例影响显著。地表径流和地下径流汇流速度具有很大差异<sup>[20]</sup>, 但在 TOPMODEL 模型中认为地表径流和地下径流具有相同的汇流速度, 因此  $SZM$ 、 $Ln(TO)$  和  $TD$  组合对洪水模拟各个指标影响最为显著。

比较各参数组合对洪水模拟各指标影响量级大小可以看出,  $SZM$  和  $TD$  参数组合对径流总量相对误差和洪峰相对误差影响都超过了 20% 总方差, 而对纳什效率系数的影响仅为 14% 总方差, 对峰现时差  $\theta$  影响不及 3% 总方差。  $SZM$  和  $Ln(TO)$  参数组合对纳什效率系数  $E$ 、径流总量相对误差  $RE$ 、峰现时差  $\theta$  和洪峰相对误差  $PQ$  影响均未达到 10% 总方差。

同时结合图 6 和图 7 可以看出, 植被根系区最大蓄水能力  $SR_{max}$  和植被根系区初始缺水深度  $SR_0$  单独和组合对洪水模拟各个指标影响都较小。这主要是由于在 TOPMODEL 模型中植被根系区最大蓄水能力和植被根系区初始缺水深度主要确定蒸发大小<sup>[19]</sup>, 而洪水模拟雨量和流量较大, 并且碧流河流域洪水历时较短, 蒸发量对洪水模拟影响较小, 因此  $SR_{max}$  和  $SR_0$  对洪水模拟各个指标影响不大。

表2 碧流河洪水模拟指标

Table2 The flood simulation results of the Biliu River basin

洪水	$E$	$RE/\%$	$\theta$	$PQ/\%$
19840615	0.96	-1.00	1	10.06
19850818	0.92	-9.78	1	7.52
19940815	0.96	-1.43	1	1.39
19950806	0.90	4.65	0	9.73
19960729	0.91	4.83	0	12.11
19980809	0.92	-1.32	1	1.28
20010816	0.85	-0.67	1	-1.69
20110807	0.97	-6.46	0	8.97

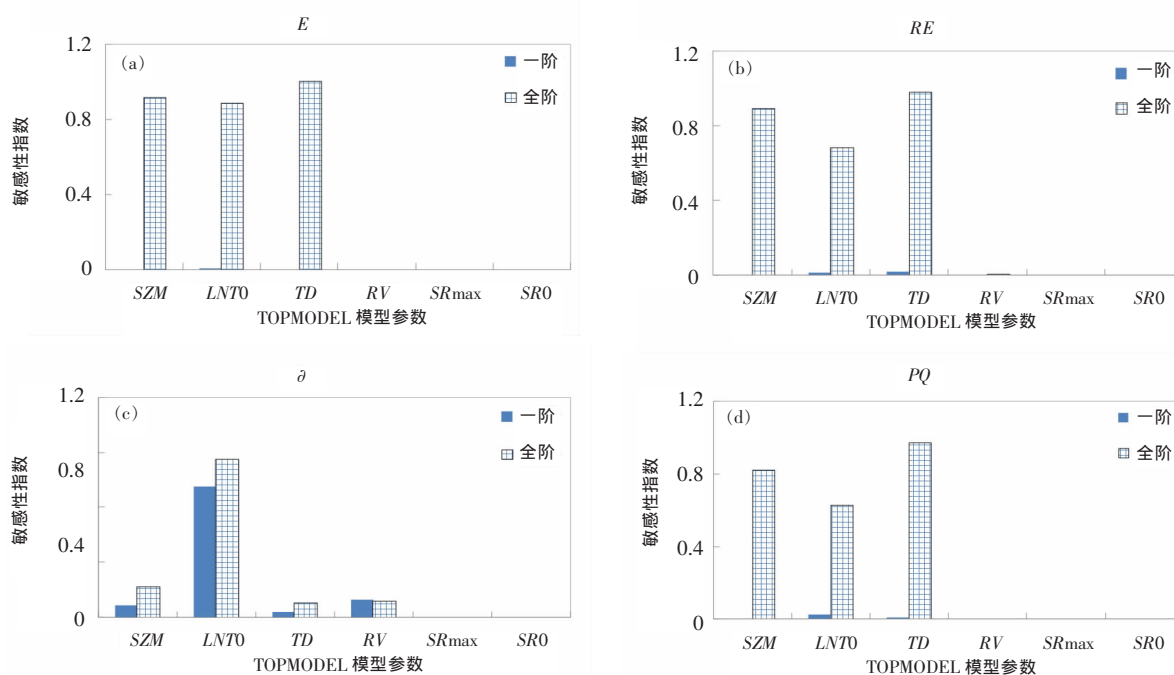


图 6 TOPMODEL 模型参数一阶及全阶敏感性

Fig.6 First order and total order sensitivity index of TOPMODEL Parameters



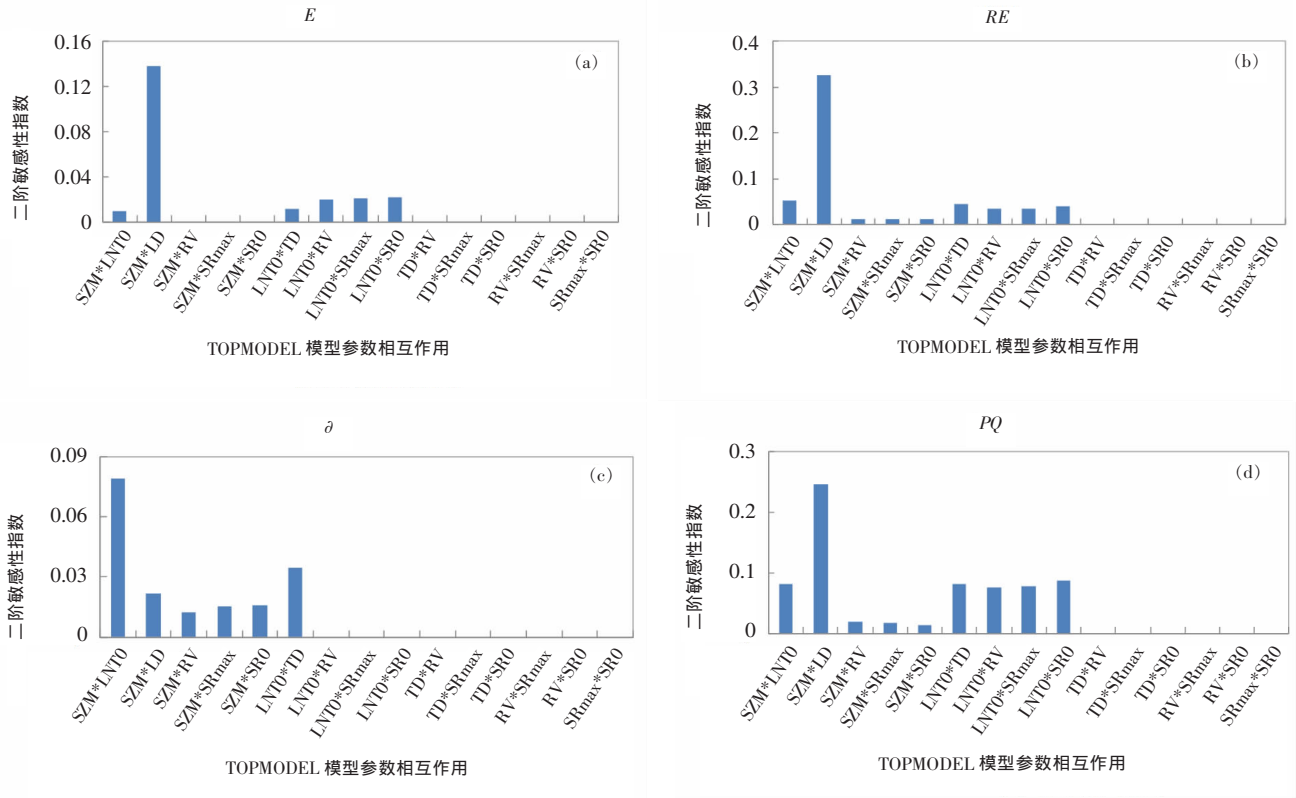


图7 TOPMODEL 模型参数相互作用  
Fig.7 Second order sensitivity index of TOPMODEL Parameters

### 3 结语

使用全局敏感性分析 Sobol'方法对 TOPMODEL 模型单个参数和参数组合对洪水模拟各个指标的影响进行了定量分析。结果表明:(1)TOPMODEL 模型各个参数单独作用对纳什效率系数、径流总量相对误差和洪峰相对误差影响较小;(2)土壤饱和和传导度、坡面汇流速度和土壤下渗率指数衰减速率单独作用对峰现时差影响显著;(3)土壤下渗率指数衰减速率和下渗滞时组合对纳什效率系数、径流总量相对误差、洪峰相对误差影响显著;(4)土壤下渗率指数衰减速率和土壤饱和和传导度组合对峰现时差具有重要影响。本文研究对深入理解 TOPMODEL 模型产汇流机理和洪水预报调参具有重要意义。

参考文献:

[1] K J BEVEN, M J KIRKBY. A physically based, variable contributing area model of basin hydrology [J]. Hydrological Sciences Bulletin, 1979, 24(1): 43-69.  
 [2] Peters NE, Freer J, Beven K. Modelling hydrologic responses in a small forested catchment (Panola Mountain, Georgia, USA): a comparison of the original and a new dynamic TOPMODEL [J].

Hydrological Processes, 2003, 17(2): 345-362.  
 [3] 刘艳丽, 张建云, 王国庆, 等. 气候自然变异在气候变化对水资源影响评价中的贡献分析——I: 基准期的模型与方法 [J]. 水科学进展, 2012, 23 (2): 147-155. (LIU Yanli, ZHANG Jianyun, WANG Guoqing, et al. Evaluation on the influence of natural climate variability in assessing climate change impacts on water resources: I. model and methodology in baseline period [J]. Advances in Water Science, 2012, 23(2): 147-155. (in Chinese))  
 [4] 孙立群, 胡成, 陈刚. TOPMODEL 模型中的 DEM 尺度效应 [J]. 水科学进展, 2008,19 (5): 699-706. (SUN Liqun, HU Cheng, CHEN Gang. Effects of DEM resolution on the TOPMODEL [J]. Advances in Water Science, 2008, 19(5): 699-706. (in Chinese))  
 [5] 熊立华, 郭生练, 田向荣. 基于 DEM 的分布式流域水文模型及应用 [J]. 水科学进展, 2004,15(4): 518-520. (XIONG Lihua, GUO Shenglian, TIAN Xiangrong. DEM-based distribution hydrological model and its application [J]. Advances in Water Science, 2004, 15(4):518-520. (in Chinese))  
 [6] 郭方, 刘新仁, 任立良. 以地形为基础的流域水文模型——TOPMODEL 及其拓宽应用 [J]. 水科学进展, 2000, 11(3):296-301. (GUO Fang LIU Xinren, REN Liliang A topography based hydrological model: TOPMODEL and its widened application [J]. Advances in Water Science, 2000,11(3): 296-301. (in Chinese))  
 [7] 徐静, 任立良, 程媛华, 等. 基于 TOPMODEL 的 DEM 空间尺度转换

- 关系探讨 [J]. 水利学报, 2007,38 (S1):404-408. (XU Jing, REN Liliang, CHENG Yuanhua, et al. Study on the translation relationship of DEM spatial scale based on TOPMODEL [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2007,38 (S1):404-408. (in Chinese))
- [8] 王莉莉, 李致家, 包红军. 基于DEM栅格的水文模型在沂河流域的应用 [J]. 水利学报, 2007,38 (S1): 417-422. (WANG Lili, LI Zhijia, BAO Hongjun. Application of hydrological models based on DEM in the Yihe basin [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2007, 38(S1):417-422. (in Chinese))
- [9] 马骏, 刘晓伟, 王庆斋, 等. 降雨-径流模拟 [M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2006:168-169. (MA Jun, Liu Xiaowei, Wang Qingzhai, et al. Rainfall-Runoff Modeling [M]. Beijing: China WaterPower Press, 2006: 168-169. (in Chinese))
- [10] Keith Beven, Andrew Binley. The future of distributed models: Model calibration and uncertainty prediction [J]. Hydrological Processes, 1992,6(3):279-298.
- [11] Beven K, Freer J. Equifinality, data assimilation, and uncertainty estimation in mechanistic modeling of complex environmental systems using the GLUE methodology [J]. Journal of Hydrology, 249(1-4):11-29.
- [12] 任启伟, 陈洋波, 周浩澜, 等. 基于Sobol'法的TOPMODEL模型全局敏感性分析 [J]. 人民长江, 2010,41 (19): 91-94. (REN Qiwei, CHEN Yangbo, ZHOU haolan, et al. Global sensitivity analysis of TOPMODEL parameters based on Sobol' method [J]. Yangtze River, 2010,41(19):91-94. (in Chinese))
- [13] Tang Y, Reed P, van Werkhoven K, et.al. Advancing the identification and evaluation of distributed rainfall-runoff models using global sensitivity analysis [J]. Water Resources Research, 2007, 43(6).
- [14] I M Sobol'. Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models and their Monte Carlo estimates [J]. Mathematics and Computers in Simulation, 2001,55(1-3): 271-280.
- [15] Hall JW, Tarantola S, Bates PD, et.al. Distributed sensitivity analysis of flood inundation model calibration [J]. Journal of Hydraulic Engineering-ASCE, 2005, 131(2): 117-126.
- [16] Fu Guangtao, Kapelan Zoran, Reed Patrick. Reducing the complexity of multiobjective water distribution system optimization through global sensitivity analysis [J]. Journal of Water Resources Planning and Management-ASCE, 2012,138(3): 196-207.
- [17] Andrea Saltelli. Making best use of model evaluations to compute sensitivity indices [J]. Computer Physics Communications, 2002,145(2):280-297.
- [18] Zhang Chi, Chu Jing-gang, Fu Guang-tao. Sobol's sensitivity analysis for a distributed hydrological model of Yichun River Basin, China [J]. Journal of Hydrology, 2012.
- [19] 熊立华, 郭生练. 分布式流域水文模拟 [M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2004:82-92. (XIONG Lihua, GUO Shenglian. Distributed Hydrological Model [M]. Beijing: China WaterPower Press, 2004: 82-92. (in Chinese))
- [20] Beven K, Freer J. A dynamic TOPMODEL [J]. Hydrological Processes, 2001,15(10):1993-2011.

## Sensitivity Analysis of TOPMODEL Hydrological Model Parameters Based on Sobol' Method

QI Wei, ZHANG Chi, CHU Jinggang, ZHOU Huicheng

(School of Hydraulic Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

**Abstract:** For deeply understanding of TOPMODEL hydrological model and influence of TOPMODEL parameter choosing on flood simulation, the global sensitivity analysis methodology, Sobol' method, was used to give a quantitative study on the effects of TOPMODEL individual parameter and parameters combination on flood predicting. The results show that all the parameters of TOPMODEL have poor individual influence on Nash efficiency coefficient, relative error of runoff amount and relative error of peak flow; but the effective lateral saturated transmissivity, hillslope routing velocity and form of the exponential decline in conductivity have big individual influence on peak flow time. The two parameters combination influence of exponential decline in conductivity and unsaturated zone time delay has big influence on Nash efficiency coefficient, relative error of runoff amount and relative error of peak flow; the combination effect of exponential decline in conductivity and effective lateral saturated transmissivity has important influence on peak flow time.

**Key words:** hydrological model; parameters sensitivity analysis; Sobol'; TOPMODEL; flood simulation