# 基于流域面积~高程关系曲线的洪峰传播 历时计算方法及其在长江流域的应用

## 李健,金中武,杨文俊

(长江科学院河流所,湖北 武汉 430010)

摘 要:流域内洪峰传播过程与流域的一些统计特性相关。本文基于重力驱动原理和流域面积~高程关系曲线,计算长江流域内洪峰传播历时。研究结果表明:由曲线法计算得到的长江流域53个子流域的 洪峰传播历时与流域特征明显相关,曲线法计算值与经验公式计算值之间呈线性关系,通过线性转化 可方便、快速地得到流域洪峰转播时间值。此方法可用于研究流域地貌与水文响应的关系及洪水快速 预报。

关键词:洪峰传播历时;水文响应;流域面积~高程关系曲线;长江流域 中图分类号:TV122 文献标识码: A 文章编号:1000-0852(2014)01-0026-04

1 引言

很多流域地貌特征(流域大小、形状、落差、坡度和 河网密度等)包括将影响流域的水文响应过程,流域面 积与流域落差与水文响应(洪峰流量和洪峰到达流域 出口的时间)的关系最为密切,而流域面积和落差信息 可集中通过流域面积~高程关系曲线得到很好体现。

流域面积~高程关系曲线在地貌学中的研究较 早,John Harlin(1978)对面积~高程关系曲线进行了详 细的数学描述<sup>[1]</sup>,但由于其计算需要大量地理信息数 据和计算较为复杂,因此未得到广泛应用。但近年来随 着地理信息系统(GIS)技术和地形数字化的发展,流域 面积~高程关系曲线的研究得到广泛开展<sup>[2]</sup>。如张敬春 等利用关系曲线法和 SRTM-DEM(90m 精度)分析了 昆仑山口不同区域的岩石抗侵蚀性及冰川作用对地貌 发育和岩石侵蚀的影响<sup>[3]</sup>;信忠保等利用关系曲线分 析了黄土高原不同发育程度区域各自所占的百分比, 发现曲线积分值与流域侵蚀产沙呈明显的正相关<sup>[4]</sup>; 李泳等以云南东川蒋家沟源地小流域面积~高程曲线 为基础,讨论了流域可能发生泥石流的曲线形态和演 化趋势<sup>[5]</sup>;赵洪壮等以天山北麓地区为研究对象,发现 面积~高程曲线积分存在空间分布依赖的特性,流域 的地质构造活动和基岩岩性差异对面积-高度积分有 着不同的影响<sup>66</sup>。由此可见,流域面积~高程关系曲线 在一定程度上可代表流域的物质侵蚀、地表形态特征, 因此基于重力驱动原理,可以计算水流从流域源头流 出流域出口的时间,进而可用于洪峰传播历时的快速 预报<sup>[7-8]</sup>。

本文的研究包括:(1)直接基于流域面积~高程关 系曲线计算洪水的理论历经时间,结合力学机理定量 计算流域地貌对洪峰传播历时的影响;(2)对目前已建 立的洪峰传播历时与流域面积~高程关系曲线参数的 经验关系给出理论解释;(3)将基于流域面积~高程关 系曲线的洪峰传播历时计算法应用于长江流域。

2 面积~高程关系曲线定义

如图 1,流域面积~高程关系曲线描述的是高于某 一高程以上的流域面积所占的比例,可表征整个流域 的坡度和大部分的地貌信息。Harlin(1978)指出可将 流域面积~高程关系曲线视为累积概率密度函数,曲 线的形状可采用一系列统计参数表述<sup>[1]</sup>,如曲线的偏 度和峰态值以及密度函数的偏度和峰态值。这些参数 对由流域物质侵蚀引起的细微变化比较敏感,例如主 河道及支流的末端发育会使曲线的偏度值增大,并且

收稿日期:2013-04-17

基金项目:国家自然科学基金面上项目资助(NO.51079008)

作者简介:李健(1984-),男,安徽六安人,工学博士,研究方向为流域水环境与泥沙输移。E-mail:lijian\_cky@hotmail.com

曲线的密度函数与流域坡度的变化速率相关,曲线还 可表征流域向平衡状态发育的趋势。流域面积~高程关 系曲线的统计矩对流域的坡度变化速率和地貌发育较 敏感,表明可应用该曲线描述流域内的水流势能分布。





流域面积~高程关系曲线可假设为如下的多项式 形式<sup>[1]</sup>:

$$y = f(x) = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + \dots + c_n x^n$$
(1)

式中:y为相对高度;x为相对面积: $c_i$ 为多项式系数 ( $0 \le i \le n$ )。实际上对大多数流域取 n=3 即可。

在某一点处的曲线坡度可用多项式的1阶导数表示,即关系曲线的密度函数:

$$\tan\theta = y' = g(x) = c_1 + 2c_2 x + \dots + nc_n x^{n-1}$$
(2)  
式中:  $\theta$  为斜坡角度。

### 3 洪峰传播历时计算原理

强降雨情况下,预报流域内洪峰到达流域出口的 时间对指导防洪和人员撤离具有重要意义。已有研究 表明洪峰传播时间受多种因素的影响,包括流域地貌、 土壤特性、植被覆盖、降雨强度、土地利用方式、土壤湿 润情况、水库调蓄等。为研究流域地貌对水文响应的影 响,本文将流域面积~高程关系曲线作为流域的假想 表面,计算水流在其上的运动时间作为洪峰传播时间 (见图 2)。洪峰传播时间仅与重力驱动(重力切向分 量)和流域坡度(由曲线形状代表)有关。若假设不同流 域的其他因素相似,则可采用该计算方法比较不同流 域地貌下的水文响应过程,该假设并不意味着流域其 他因素对水文响应就不重要,而是重点研究流域地貌 对水文响应的影响<sup>(7)</sup>。

对于一滴质量为 m 的水滴,在无摩擦的斜坡上水 平方向力与切向力达到平衡(如图 2),即<sup>18</sup>:

$$mg\sin\theta - \mu mg\cos\theta = ma$$
 (3)

式中:g为重力加速度;a为水平方向到切向之间的加速度;m为水滴质量; $\theta$ 为坡面倾斜角度; $\mu$ 为虚拟摩擦系数。





#### 加速度的水平分量即为:

 $a_x = a\cos\theta = (g\sin\theta - \mu g\cos\theta)\cos\theta$ 

$$=g(\frac{\tan\theta}{1+\tan^2\theta} - \frac{\mu}{1+\tan^2\theta}) \tag{4}$$

在 t 时刻,速度的水平分量  $v_x(t)$ 从 t 到  $t+\Delta t$  时段 内运动的距离为 dx,速度变化为  $dv_x(t)$ ,即:

$$dx = v_x dt$$
 (5)

$$dv_x = a_x dt \tag{6}$$

式中:v<sub>x</sub>为水平速度分量。

由式(5)可得:

$$dt = \frac{dx}{v_x} \tag{7}$$

将式(7)带入式(6),可得:  
$$v_x dv_x = a_x dx$$
 (8)

对式(8)两边积分,可得:

$$\frac{1}{2} = \int_{0}^{x} a_{x} dx \tag{9}$$

对式(7)两边积分并带入式(9),可得:

$$t = \int_{0}^{x} dt = \int_{0}^{1} \frac{dx}{v_{x}} = \int_{0}^{1} \frac{dx}{\sqrt{2 \int_{0}^{x} a_{x} dx}}$$
(10)

联合式(2)和式(4),式(10)的积分式就可采用数 值方法计算,积分计算变为求和计算,dx 可用微小步  $K \triangle x$ 代替:

$$t = \sum_{x=\Delta x/2}^{1} \frac{\Delta x}{\sqrt{2\sum_{x=\Delta x/2}^{x} (a_x \Delta x)}}$$
  
=  $\sum_{x=\Delta x/2}^{1} \frac{\Delta x}{\sqrt{2\sum_{x=\Delta x/2}^{x} (g \frac{c_1 + 2c_2 x + 3c_3 x^2 - \mu}{1 + (c_1 + 2c_2 x + 3c_3 x^2)^2} \Delta x)}}$  (11)

在长江流域的应用 4

首先,从USGS-Hydro1K网站下载DEM数据,该 DEM 数据的栅格精度为 1000m; 然后, 应用 ArcGIS 软 件中的相关算法提取长江流域 DEM(见图 3(a))并作 相关计算,将整个长江流域分为53个子流域(见图3 (b))。最后,采用基于 AreGIS 二次开发的流域面积~高 程关系曲线计算程序<sup>[2]</sup>,计算得到长江流域的 10 个主 要子流域的关系曲线值及其相关统计参数值。

如图 4(a),由 10 个典型流域的面积~高程关系曲 线形状对比可以看出,长江上游流域(如金沙江、岷江、 乌江等流域)地质发育不成熟,地表多为坚硬的花岗岩 等,关系曲线向上凸,表明地表侵蚀微弱,而越向下游 (如汉江、长江中下游流域),由于地表侵蚀显著,导致 关系曲线的形状为向下凸,其中岷江流域比较特殊,中 上游为山区,下游进入成都平原,因此关系曲线的形状 变化较大。图 4(b)也表明:积分值沿长江上游方向逐渐 增大,而偏度值和密度偏度值逐渐减小。由此可见:流 域面积~高程关系曲线形状可以定性地表征流域的表 面形态,由流域面积~关系曲线计算得到的统计参数 值可反映流域不同位置的物质侵蚀和堆积状态。

洪峰传播历时可视为水流到达流域出口的最长时 间,本文的计算结果可与 FAA 方法的计算结果进行对 比。FAA 法的计算公式如下[7]:



图 3 长江流域地形数据((a)DEM;(b)子流域提取) Fig.3 Terrain of the Yangtze river basin ((a) DEM; (b) Sub-basins extraction)

■偏度値



图 4 典型流域特征图((a) 面积-高程关系曲线;(b) 统计特征值) Fig.4 Characteristics of the typical sub-basins ((a) Hypsometric curves; (b) Statistical parameters)

28

$$T = \frac{1.8(1.1-C)\sqrt{L}}{\sqrt[3]{S}}$$
(12)

式中:T为洪峰到达流域出口的历时(min);L为主河道河 长(m);S为流域平均坡度;C为与流域特征相关的常数。

FAA 方法中用到的相关参数 (如 L 和 S) 可使用 ArcGIS 软件计算得到,并参考相关文献<sup>I8</sup>取 C=0.95(假 设为不可渗透表面),取  $\mu$ =0.01,与本文计算方法推导 中的假设相一致。如图 5,基于流域面积~高程关系曲 线得到的洪峰传播历时为虚拟时间,与真实的洪峰传 播历时(FAA 法)的大小不同,需要进行一定的转换 (式13),两种方法的计算结果存在明显的线性相关关 系。如图 5(a),对于长江流域整体来说两种方法的计 算结果的相关系数较低(*R*<sup>2</sup>=0.610),而对于长江上游 流域(宜昌以上),两种方法的计算结果的相关系数明 显提高(*R*<sup>2</sup>=0.877),说明长江下游流域的洪峰传播受 到除了地形特征以外的其他众多因素的影响,基于流 域面积~高程关系曲线的洪峰传播历时计算方法更适 用于长江上游流域。





 $T_{hc}$ =0.012 $T_{FAA}$ +0.181 (13) 式中: $T_{hc}$ 为基于流域面积~高程关系曲线的洪峰传播历时 (s); $T_{FAA}$ 为基于 FAA 经验公式计算的洪峰传播历时(min)。

5 讨论与结论

尽管流域面积~高程关系曲线是由 DEM 数据计算 得到的,不能直接等同于流域的实际表面,但可以在一 定程度表征流域的表面形态及物质搬移情况(如图 4)。 流域面积~高程曲线表征了流域内物质质量的分布, 因此用面积~高程关系曲线表示流域坡面可以反映出 流域内的势能分布。本文的流域洪峰传播历时计算方 法得到的结果为虚拟值,与实际洪峰传播历时需要进 行一定的转换,因此该计算结果不能与基于物理过程 的水文模型(如 TOPMODEL、SWAT 模型等)模拟结果 比较,但是本文研究提供了衡量流域地貌对水文响应 影响的简单计算方法,可以比较不同流域间的这种影 响。另外,该方法与其他因素(如土壤特性、植被覆盖、 降雨强度、土地利用方式、水库调节等)结合考虑,可改 善对水文响应的模拟精度,这一思路已整合到 HydroTrend 水文模型中,特别适用于高海拔、落差较大 的寒区流域,能较好地反映出流域垂向变化对气温、降 雨、水沙径流的影响。该计算方法需要的数据信息较 少,可应用 GIS 技术和 DEM 数据计算得到,可方便快 捷地计算流域地貌对洪水传播的影响,成为山区性洪 水预警模型开发的重要模块。

本文对基于流域面积~高程关系曲线的流域洪峰 传播历时计算方法进行了分析总结,并将该方法应用 于长江流域的实例计算,得到如下几点研究结论:

(1)流域面积~高程关系曲线可表征长江流域内不同子流域的地形特征及流域表面的物质侵蚀状况, 长江上游流域的地表岩性坚硬,物质侵蚀微弱,关系曲线的形状向上凸起,而长江下游的流域情况则相反;

(2)长江流域内的洪峰传播历时与流域地形特征 明显相关,基于流域面积~高程关系曲线的洪峰传播 历时计算方法可比较不同流域的水文响应与流域地貌 的关系;

#### Preliminary Analysis of Flood Wave Routing in Three Gorges Reservoir Area

CHEN Li, DUAN Weixin

(Bureau of Hydrology, Changjiang Water Resource Commission, Wuhan 430010, China)

Abstract: After the impounding of the Three Gorges Reservoir, the natural river channel became reservoir area, and the characteristics of flood wave routing changed significantly and controlled by the discharge of inflow and the water level before the dam. Based on the MIKE11 model setup in the reservoir area, the flood routing time were calculated for different cases, other elements combined to the routing time also computed including the flow velocity, the kinematic wave celerity and dynamic wave celerity in each scenario. By validation and analysis the results, some general conclusion can be reached for the characteristics of the flood wave routing along the reservoir area.

Key words: Three Gorges Reservoir Area; MIKE11 model; velocity; kinematic wave; dynamic wave; flood wave routing

#### (上接第29页)

(3)本文计算方法的洪峰传播历时计算值与实际 值存在明显的线性关系,且更适用于长江上游流域,实 际应用时需要进行简单的线性转换,可用于流域的快 速洪水预报。

#### 参考文献:

- John M. H. Statistical moments of the hypsometric curve and its density function [J]. Mathematical Geology, 1978, 10(1): 59–72.
- [2] J.V. Perez-Pena, J.M. Azanon, A. Azor et al. CalHypso: An ArcGIS extension to calculate hypsometric curves and their statistical moments: applications to drainage basin analysis in SE Spain [J]. Computers & Geosciences, 2009, 35: 1214–1223.
- [3] 张敬春,李川川,张梅,等.格尔木河流域面积~高程积分值的地貌 学分析 [J].山地学报, 2011,29 (3):257-268.(ZHANG Jingchun, LI Chuanchuan, ZHANG Mei, et al. Geomorphologic analysis of the Golmud river drainage basin based on hypsometric integral value [J]. Journal of Mountains Science, 2011, 29(3): 257-268. (in Chinese))
- [4] 信忠保,许炯心,马元旭. 黄土高原面积-高程分析及其侵蚀地貌学

意义[J].山地学报, 2008,26(3):356-363.(XIN Zhongbao, XU Jiongxin, MA Yuanxu. Hypsometric integral analysis and its sediment yield implications in the Loess Plateau, China [J]. Journal of Mountains Science, 2008,26(3): 356-363. (in Chinese))

- [5] 李泳,陈晓清,胡凯衡. 流域特征曲线与泥石流活动[J].山地学报, 2006,24 (3): 320-326.(LI Yong, CHEN Xiaoqing, HU Kaiheng, et al. Characteristic curves and debris flow activity of a valley [J]. Journal of Mountains Science, 2006,24(3): 320-326. (in Chinese))
- [6] 赵洪壮,李有利,杨景春,等. 面积高度积分的面积依赖与空间分布特 征[J].地理研究,2010,29(6):271-282.(ZHAO Hongzhuang, LI Youli, YANG Jingchun, et al. Influence of area and space dependence for hypometric integral and its geological implications [J]. Geographical Research, 2010,29(6):271-282.(in Chinese))
- [7] Luo W., John M. H. A Theoretical travel time based on watershed hypsometry [J]. Journal of the American Water Resources Association, 2003, 39(4): 785–792.
- [8] Liang C.,Yu Z. Theoretical analysis of potential runoff energy from a grid DEM [J]. Nature and Science, 2004, 2(1): 17–23.

## Flood Crest Travel Duration Calculating Method Based on Hypsometric Curve and Its Application in Yangtze River Basin

LI Jian, JIN Zhongwu, YANG Wenjun

(Changjiang River Scientific Research Institute, Wuhan 430010, China)

Abstract: The flood crest travel to the outlet of a watershed is related with some characteristics of the watershed. This paper calculated the flood crest travel duration in the Yangtze River Basin based on the gravitation driven principle and hypsometric curve. The results show that the flood crest travel durations of the 53 sub-basins in the Yangtze River Basin obtained by ArcGIS have obvious relationship with the characteristics of the sub-basins, there is a linear relation between the value calculated with the method based on hypsometric curve and the value calculated with the empirical formula. The research could be used for studying the relationship of the hydrological response with watershed geomorphology and real-time flood forecast.

Key words:flood crest travel duration; hydrologic response; hypsometric curve; Yangtze River Basin