

考虑历史洪水资料的期望概率 权重矩法参数估计统计试验研究

王俊珍, 宋松柏

(西北农林科技大学水利与建筑工程学院, 陕西 杨凌 712100)

摘要:为有效利用历史洪水资料,提高洪水资料系列参数的估计精度,研究期望概率权重矩法在广义极值分布参数估计中的应用。采用蒙特卡洛试验研究期望概率权重矩法的统计特性,并与部分概率权重矩法做比较。结果表明:期望概率权重矩法具有良好的稳定统计特性,并且是具有历史洪水资料系列进行参数估计的一种简单、稳定和有效的参数估计方法,具有推广意义。

关键词:参数估计;期望概率权重矩法;洪水资料;广义极值分布

中图分类号:P333.9 文献标识码:A 文章编号:1000-0852(2014)01-0007-07

在水利工程建设中,为了在保障防洪安全的前提下最大限度地降低成本,发挥水利工程的防洪减灾等各方面效益,研究者们不断地寻求合理的洪水频率分析方法^[1]。费永法等研究表明,通过在实测系列中加入历史洪水资料来延长资料系列能够显著提高洪水设计值估计的可靠性和精度^[2]。基于这一思想,国内外学者先后在传统方法基础上提出了考虑历史洪水资料的矩法、权函数法、概率权重矩法和线性矩法等,但它们在计算过程中赋予历史洪水资料的权重都小于实测资料。基于这一问题,美国学者 Cohn 等^[3]于 1997 年提出期望矩算法(Expected Moments Algorithm,简称 EMA),该法是以矩法为基础的迭代算法,其赋予历史洪水资料和实测资料相同的权重,将历史洪水资料中小于门限值 x_0 的流量资料作为期望矩单独进行计算,更高效地利用历史洪水资料提高设计洪水的精度^[4]。基于此,Jeon 等^[5]以部分概率权重矩法(PPWM)做为迭代基础,于 2011 年提出了期望概率权重矩法(Expected Probability Weighted Moments,简称 EPWM),该法是具有历史洪水资料时进行洪水频率参数估计的一种新方法,它既继承了 PPWM 法在水文概率分布中具有良好统计特性的优点,同时也具有 EMA 法迭代简单,收敛

速度快的特点。目前国内还尚未进行这种方法的应用研究。本文选用广义极值(GEV)分布,在介绍 EPWM 法原理的基础上,应用蒙特卡洛试验研究 EPWM 法的统计特性。

1 概率权重矩

1.1 概率权重矩定义

设随机变量 X 的概率分布函数为 $F(x)=P(X \leq x)$, 其概率权重矩为

$$M_{r,s,t} = E[X^r F^s (1-F)^t] = \int_0^1 [x(F)]^r F^s (1-F)^t dF \quad (1)$$

式中: $x(F)$ 为概率分布函数的逆函数; r, s 和 t 为实数(这里只考虑非负整数)。若 $r=1$,则概率权重矩成为样本的一阶加权矩,起到了降阶的作用,避免了计算观测值的高次方,可以降低抽样误差,提高估计精度。因此,通常取 $r=1, t=0$ 时,其对应的概率权重矩表达式为

$$M_{1,s,0} = \int_0^1 x(F) F^s dF \quad (2)$$

设一个长度为 n 服从 F 分布的排序样本 $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$, 常规的概率权重矩无偏估计公式为

收稿日期:2012-12-18

基金项目:国家自然科学基金项目(51179160,50879070,50579065);高等学校博士学科点专项科研基金(20110204110017)

作者简介:王俊珍(1987-),女,苗族,贵州施秉人,硕士研究生,主要从事流域水文模拟及水文预报研究。E-mail: junzicau@163.com

通讯作者:宋松柏(1965-),男,陕西永寿人,教授,主要从事水文水资源研究。E-mail: ssb6533@nwsuaf.edu.cn

$$b_s = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(i-1)(i-2)\cdots(i-s)}{(n-1)(n-2)\cdots(n-s)} x_i \quad (3)$$

式中: $s=0,1,\cdots,(n-1)$ 为非负整数; x_i 为次序化样本 $x_1 \leq x_2 \leq \cdots \leq x_n$ 的第 i 个次序统计量。

Wang(1990)推广了概率权重矩(PWM)的概念,提出了部分概率权重矩(Partial Probability Weighted Moments, PPWM)。PPWM 可以通过删失样本进行分布的估计。对于低删失样本, PPWM 可定义为

$$M'_{r,s,t} = \int_{F_0}^1 [x(F)]^r F^s (1-F)^t dF \quad (4)$$

式中: $F=F(x)=P(X \leq x)$ 为随机变量 X 的分布函数; $x(F)$ 为概率分布函数的逆函数; x_0 为低删失门限值; F_0 为删失水平,且 $F_0=F(x_0)$ 。当 $r=1$,且 $t=0$ 时, PPWM 表达式为

$$\beta'_s = M'_{1,s,0} = \int_{F_0}^1 x(F) F^s dF \quad (5)$$

式(3)中: PPWM 的无偏估计公式为

$$b'_s = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(i-1)(i-2)\cdots(i-s)}{(n-1)(n-2)\cdots(n-s)} x'_i \quad (6)$$

式中: $s=0,1,\cdots,(n-1)$ 为非负整数; x'_i 为系列由小到大的排序系列。

$$x'_i = \begin{cases} 0 & x_i \leq x_0 \\ x_i & x_i > x_0 \end{cases} \quad (7)$$

采用类似的方法,可以将高删失样本的部分概率权重矩定义为

$$M''_{r,s,t} = \int_0^{F_0} [x(F)]^r F^s (1-F)^t dF \quad (8)$$

$$\beta''_s = M''_{1,s,0} = \int_0^{F_0} x(F) F^s dF \quad (9)$$

式中: $F_0=F(x_0)$; x_0 为高删失门限值。统计量 β''_s 的无偏估计量为

$$b''_s = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(i-1)(i-2)\cdots(i-s)}{(n-1)(n-2)\cdots(n-s)} x''_i \quad (10)$$

式中: x''_i 为系列由小到大的排序系列。

$$x''_i = \begin{cases} x_i & x_i \leq x_0 \\ 0 & x_i > x_0 \end{cases} \quad (11)$$

1.2 考虑历史洪水资料的概率权重矩无偏估计量

假设一个 N_s 年的实测系列,具有 N_h 年的历史洪水系列, N 表示洪水调查期(包括历史和实测期的年数), x_i 表示洪峰流量, e_1 为历史洪水系列的特大洪水个数, x_{h-e_1} 为历史洪水期中小于门限值 x_0 (一般认为很大的流量)的洪峰流量。

Wang^[6](1990)把基于实测和历史洪水资料的概率权重矩分解为两个部分概率权重矩的和,用于删失样本的 PWM 称其为部分概率权重矩(PPWM), PPWM 计算公式为

$$\beta_s = \int_0^1 x(F) F^s dF = \int_0^{F_0} x(F) F^s dF + \int_{F_0}^1 x(F) F^s dF = \beta'_s + \beta''_s \quad (12)$$

式中: 删失水平 $F_0=F(x_0)$; x_0 为历史洪水的删失门限值。

利用公式(9)通过实测系列估算 β''_s , 其无偏估计为

$$b''_s = \frac{1}{N_s} \sum_{i=s+1}^{N_s} \frac{(i-1)(i-2)\cdots(i-s)}{(N_s-1)(N_s-2)\cdots(N_s-s)} x''_i \quad (13)$$

式中: x''_i 为实测系列由小到大的排序系列。

$$x''_i = \begin{cases} x_i & x_i \leq x_0 \\ 0 & x_i > x_0 \end{cases} \quad (14)$$

同样,利用公式(6)通过历史洪水系列可以估算 β'_s , 其无偏估计为

$$b'_s = \frac{1}{N} \sum_{i=s+1}^N \frac{(i-1)(i-2)\cdots(i-s)}{(N-1)(N-2)\cdots(N-s)} x'_i \quad (15)$$

式中: x'_i 为洪水调查期由小到大的排列序列。

$$x'_i = \begin{cases} 0 & x_i \leq x_0 \\ x_i & x_i > x_0 \end{cases} \quad (16)$$

所以 β_s 可以写为

$$\beta_s = \frac{1}{N_s} \sum_{i=s+1}^{N_s} \frac{(i-1)(i-2)\cdots(i-s)}{(N_s-1)(N_s-2)\cdots(N_s-s)} x''_i + \frac{1}{N} \sum_{i=s+1}^N \frac{(i-1)(i-2)\cdots(i-s)}{(N-1)(N-2)\cdots(N-s)} x'_i \quad (17)$$

2 EPWM 法原理

EPWM 法是在具有历史洪水资料的情形下,利用 PPWM 法计算样本参数估计值作为 EPWM 法的迭代初值,在此基础上,由实测洪峰流量、历史洪峰流量和期望矩计算新的参数估计值。重复以上步骤,直到参数估计值收敛,迭代次数一般少于 10 次。EPWM 法通过高效迭代来提高洪水分位数估计值,以提高估计精度。EPWM 法的算法过程描述如下^[4]。

2.1 GEV 的分布函数及其设计值计算

GEV 的概率密度函数和分布函数分别为

$$f(x|\xi, \alpha, k) = \exp \left\{ - \left[1 - k \left(\frac{x - \xi}{\alpha} \right) \right]^{1/k} \right\} \frac{1}{\alpha} \left[1 - k \left(\frac{x - \xi}{\alpha} \right) \right]^{1/k - 1} \quad (18)$$

$$F(x|\xi, \alpha, k) = \exp\left\{-\left[1-k\left(\frac{x-\xi}{\alpha}\right)\right]^{1/k}\right\} \quad (19)$$

式中: ξ, α, k 分别为位置参数、尺度($\alpha > 0$)和形状参数。

当 $k > 0$ 时, $-\infty < x < \xi + \alpha/k$; 当 $k = 0$ 时, $-\infty < x < +\infty$; 当 $k < 0$ 时, $\xi + \alpha/k < x < +\infty$ 。 $k = 0, k < 0$ 和 $k > 0$ 分别代表极值型、 I 型和 II 型分布。当 $k = 0$ 时, GEV 分布退化为 Gumbel 分布。

对于已知的参数, 便可推算所需的设计值。在洪水频率分析中, 重现期为 T 的设计值 x_T 计算公式为

$$x_T = \xi + \frac{\alpha}{k} \left[1 - \left(-\ln \left(1 - \frac{1}{T} \right) \right)^k \right] \quad (20)$$

2.2 计算 EPWM 矩

2.2.1 样本矩初始估计

对于 GEV 分布, 第 s 阶概率权重矩为

$$\beta_s = (s+1)^{-1} \{ \xi + \alpha (1 - (s+1)^{-k} \Gamma(1+k)) / k \} \quad (21)$$

根据式(21), 可推出以下公式

$$\beta_0 = \xi + \alpha (1 - \Gamma(1+k)) / k \quad (22)$$

$$2\beta_1 - \beta_0 = \alpha \Gamma(1+k) (1 - 2^{-k}) / k \quad (23)$$

$$\frac{3\beta_2 - \beta_0}{2\beta_1 - \beta_0} = \frac{1 - 3^{-k}}{1 - 2^{-k}} \quad (24)$$

利用样本系列, 由公式(17)分别计算出 $\beta_0, \beta_1, \beta_2$, 并代入(21)、(22)和(24)则可推算出 GEV 分布的三个参数 ξ, α, k 。

2.2.2 计算 EPWM 矩

首先, 利用样本推算的初始参数, 计算新的 $\beta_0, \beta_1, \beta_2$, 计算公式为

$$\beta_s = \frac{N_h}{N} E(x_{h-e1}^s) + \frac{N_s}{N} \frac{1}{N_s} \sum_{i=s+1}^N \frac{(i-1)(i-2)\cdots(i-s)}{(N_s-1)(N_s-2)\cdots(N_s-s)} x_i^s + \frac{1}{N} \sum_{i=s+1}^N \frac{(i-1)(i-2)\cdots(i-s)}{(N-1)(N-2)\cdots(N-s)} x_i^s \quad (25)$$

式中: $s=0, 1, 2$; $E(x_{h-e1}^s)$ 为 x_{h-e1} 的 s 阶期望矩, 其计算式为

$$E(x_{h-e1}^s) = \frac{1}{s+1} \left(\xi + \frac{\alpha}{k} \right) \left(1 - \Gamma \left(1, \frac{h'}{s+1} \right) \right) - \frac{\alpha}{k} \left(\frac{1}{s+1} \right)^{k+1} \left(1 - \Gamma \left(k+1, \frac{h'}{s+1} \right) \right) \quad (26)$$

$$h' = 1 - \frac{k}{\alpha} (x_0 - \xi) \quad (27)$$

其次, 由公式(21)、(22)和(24)计算新的极值分布参数 ξ, α, k 。

最后, 利用迭代法计算, 直到前后两次参数迭代估

计满足迭代计算精度要求为止。

3 蒙特卡洛试验

本文利用蒙特卡洛试验进行期望概率权重矩法统计性能研究, 并与部分概率权重矩法进行比较。

3.1 评价标准

本文的统计试验依据文献[7]中的评价标准, 以偏差($Bias$)和标准误差(SE)分别评判估计量(ξ, α, k 及洪水设计值 \hat{x}_T)的无偏性和有效性, 用统计参数估计量的均方根误差($RMSE$)和设计值估计量的相对均方根误差($R-RMSE$)来综合评判参数估计方法的有效性。

若参数估计量偏大, 则平均偏差为正值; 反之则为负值; 其绝对值越小表示偏差越小, 表明估计量的无偏性越好, 在 M 次统计试验中, 其计算公式为

$$Bias(\hat{X}_T) = [X_T - \hat{\mu}(\hat{X}_T)] \quad (28)$$

式中: X_T 为重现期 T 的总体设计值; \hat{X}_T 为重现期 T 时的估计值; $\hat{\mu}(\hat{X}_T)$ 为 M 次统计试验估计量 \hat{X}_T 的均值。

参数估计量标准误差越小, 表明估计量的有效性越好, 在 M 次统计试验中, 其计算公式为

$$SE(\hat{X}_T) = \sqrt{\frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^M (\hat{X}_T^i - \hat{\mu}(\hat{X}_T))^2} \quad (29)$$

式中: \hat{X}_T^i 为在 M 次统计试验中第 i 个试验样本估计值。

参数估计量均方根误差越小, 说明参数估计方法的有效性越好, 其计算公式为

$$RMSE(\hat{X}_T) = \sqrt{[Bias(\hat{X}_T)]^2 + [SE(\hat{X}_T)]^2} \quad (30)$$

设计值估计量相对均方根误差越小, 说明参数估计方法对设计值估计的有效性越好, 其计算公式为

$$R-RMSE(\hat{X}_T) = \frac{1}{X_T} \sqrt{[Bias(\hat{X}_T)]^2 + [SE(\hat{X}_T)]^2} \quad (31)$$

式中: X_T 为相应重现期 T 的总体设计值。

3.2 试验方案设计

总体分布参数的取值分别为 $\xi=0; \alpha=1, 2; k=-0.4, -0.3, -0.2, -0.1; N_s$ 分别取 30a, 50a; N_h 取 150a, 250a; 门限值 x_0 取重现期 $T=100$ 的总体设计值, 取历史洪水考证期长度 $N=N_h+N_s$, 共 32 组方案。在各种统计试验中, 统计试验次数 M 均取 500 次。

3.3 结果分析

结果见表 1~8 和图 1~4, 符号 a 表示年。

表1 $N_s=30a$, $N_h=150a$ 系列的参数不偏性有效性计算结果Table1 The results of parameters' effectiveness and unbiasedness for the time series of $N_s=30a$ and $N_h=150a$

$\xi=0, \alpha=1$	估计方法	$\hat{\xi}$				$\hat{\alpha}$				\hat{k}			
		-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1
k		-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1
<i>Bias</i>	PPWM	-0.0873	-0.0849	-0.0828	-0.0809	0.1474	0.1585	0.1683	0.1771	0.0811	0.0990	0.1167	0.1345
	EPWM	-0.0050	-0.0050	-0.0051	-0.0061	0.1845	0.1852	0.1857	0.2333	0.0894	0.1028	0.1159	0.1652
<i>SE</i>	PPWM	0.0901	0.0883	0.0869	0.0857	0.1237	0.1169	0.1113	0.1065	0.1028	0.0961	0.0916	0.0898
	EPWM	0.0105	0.0103	0.0101	0.0112	0.0110	0.0105	0.0102	0.0093	0.0327	0.0358	0.0379	0.0156
<i>RMSE</i>	PPWM	0.1254	0.1225	0.1201	0.1179	0.1925	0.1969	0.2018	0.2067	0.1309	0.1380	0.1483	0.1617
	EPWM	0.0116	0.0114	0.0113	0.0127	0.1848	0.1855	0.1860	0.2335	0.0952	0.1089	0.1219	0.1659

表2 $N_s=30a$, $N_h=250a$ 系列的参数不偏性有效性计算结果Table2 The results of parameters' effectiveness and unbiasedness for the time series of $N_s=30a$ and $N_h=250a$

$\xi=0, \alpha=1$	估计方法	$\hat{\xi}$				$\hat{\alpha}$				\hat{k}			
		-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1
k		-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1
<i>Bias</i>	PPWM	-0.1028	-0.0684	-0.0671	-0.0657	0.1156	0.1760	0.1835	0.1906	0.0667	0.1018	0.1195	0.1380
	EPWM	-0.0040	-0.0022	-0.0022	-0.0022	0.1878	0.1592	0.1596	0.1599	0.0749	0.0956	0.1073	0.1188
<i>SE</i>	PPWM	0.1001	0.0506	0.0504	0.0497	0.1255	0.0898	0.0856	0.0809	0.0470	0.0149	0.0032	0.0090
	EPWM	0.0077	0.0037	0.0036	0.0037	0.0104	0.0085	0.0078	0.0074	0.1196	0.0281	0.0296	0.0340
<i>RMSE</i>	PPWM	0.1435	0.0851	0.0839	0.0824	0.1706	0.1976	0.2024	0.2071	0.0816	0.1029	0.1195	0.1383
	EPWM	0.0087	0.0043	0.0043	0.0043	0.1881	0.1595	0.1598	0.1600	0.1411	0.0997	0.1113	0.1236

表3 $N_s=50a$, $N_h=150a$ 系列的参数不偏性有效性计算结果Table 3 The results of parameters' effectiveness and unbiasedness for the time series of $N_s=50a$ and $N_h=150a$

$\xi=0, \alpha=1$	估计方法	$\hat{\xi}$				$\hat{\alpha}$				\hat{k}			
		-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1
k		-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1
<i>Bias</i>	PPWM	-0.0598	-0.0594	-0.0591	-0.0585	0.1921	0.1971	0.2018	0.2067	0.1093	0.1223	0.1356	0.1505
	EPWM	-0.0059	-0.0059	-0.0060	-0.0060	0.1783	0.1795	0.1804	0.1811	0.0848	0.0981	0.1111	0.1242
<i>SE</i>	PPWM	0.0503	0.0499	0.0489	0.0479	0.0724	0.0657	0.0588	0.0537	0.1316	0.1237	0.1137	0.1076
	EPWM	0.0090	0.0090	0.0092	0.0094	0.0148	0.0149	0.0147	0.0145	0.0889	0.0901	0.0897	0.0888
<i>RMSE</i>	PPWM	0.0781	0.0776	0.0767	0.0756	0.2053	0.2077	0.2102	0.2135	0.1711	0.1740	0.1770	0.1850
	EPWM	0.0108	0.0108	0.0110	0.0111	0.1789	0.1801	0.1810	0.1817	0.1228	0.1332	0.1428	0.1526

表4 $N_s=50a$, $N_h=250a$ 系列的参数不偏性有效性计算结果Table 4 The results of parameters' effectiveness and unbiasedness for the time series of $N_s=50a$ and $N_h=250a$

$\xi=0, \alpha=1$	估计方法	$\hat{\xi}$				$\hat{\alpha}$				\hat{k}			
		-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1
k		-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1
<i>Bias</i>	PPWM	-0.0835	-0.0829	-0.0820	-0.0808	0.1669	0.1726	0.1785	0.1710	0.0696	0.0832	0.0977	0.1305
	EPWM	-0.0060	-0.0060	-0.0061	-0.0039	0.1833	0.1838	0.1843	0.1872	0.0785	0.0908	0.1031	0.1383
<i>SE</i>	PPWM	0.0814	0.0816	0.0815	0.0118	0.1080	0.1050	0.1014	0.0084	0.0459	0.0530	0.0631	0.0565
	EPWM	0.0092	0.0091	0.0091	0.0081	0.0204	0.0187	0.0173	0.0126	0.0595	0.0560	0.0515	0.0445
<i>RMSE</i>	PPWM	0.1166	0.1163	0.1156	0.0816	0.1988	0.2020	0.2053	0.1712	0.0833	0.0987	0.1163	0.1422
	EPWM	0.0110	0.0110	0.0109	0.0090	0.1844	0.1848	0.1851	0.1876	0.0985	0.1067	0.1152	0.1453

表5 $N_s=30a, N_r=150a$ 系列的参数不偏性有效性计算结果
Table 5 The results of parameters' effectiveness and unbiasedness for the time series of $N_s=30a$ and $N_r=150a$

$\xi=0, \alpha=2$	估计方法	$\hat{\xi}$				$\hat{\alpha}$				\hat{k}			
		-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1
Bias	PPWM	-0.0564	-0.0546	-0.0597	-0.0887	0.0825	0.0895	0.1300	0.2250	0.0148	0.0203	0.0338	0.0657
	EPWM	-0.0059	-0.0059	-0.0055	-0.0076	0.1823	0.1831	0.2350	0.3795	0.0385	0.0453	0.0729	0.1329
SE	PPWM	0.2157	0.2048	0.1801	0.2032	0.3634	0.3273	0.2706	0.2979	0.1163	0.1123	0.1173	0.1280
	EPWM	0.0281	0.0273	0.0189	0.0210	0.0583	0.0533	0.0382	0.0333	0.1039	0.0960	0.0582	0.0366
RMSE	PPWM	0.2230	0.2120	0.1897	0.2217	0.3726	0.3394	0.3002	0.3733	0.1172	0.1141	0.1221	0.1439
	EPWM	0.0287	0.0279	0.0197	0.0223	0.1914	0.1907	0.2381	0.3810	0.1108	0.1062	0.0933	0.1378

表6 $N_s=30a, N_r=250a$ 系列的参数不偏性有效性计算结果
Table 6 The results of parameters' effectiveness and unbiasedness for the time series of $N_s=30a$ and $N_r=150a$

$\xi=0, \alpha=2$	估计方法	$\hat{\xi}$				$\hat{\alpha}$				\hat{k}			
		-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1
Bias	PPWM	-0.0933	-0.0590	-0.0655	-0.1219	0.1952	0.1341	0.1599	0.1795	0.0423	0.0342	0.0455	0.0613
	EPWM	-0.0088	-0.0045	-0.0049	-0.0039	0.3735	0.2384	0.2732	0.3873	0.0817	0.0711	0.0925	0.1436
SE	PPWM	0.1366	0.1569	0.1627	0.1564	0.2213	0.2705	0.2701	0.2328	0.0344	0.0897	0.0772	0.0747
	EPWM	0.0116	0.0168	0.0165	0.0062	0.0187	0.0163	0.0162	0.0142	0.0732	0.0541	0.0402	0.0248
RMSE	PPWM	0.1654	0.1676	0.1754	0.1983	0.2951	0.3019	0.3139	0.2940	0.0546	0.0960	0.0896	0.0966
	EPWM	0.0146	0.0174	0.0172	0.0073	0.3740	0.2389	0.2737	0.3875	0.1097	0.0893	0.1008	0.1457

表7 $N_s=50a, N_r=150a$ 系列的参数不偏性有效性计算结果
Table 7 The results of parameters' effectiveness and unbiasedness for the time series of $N_s=30a$ and $N_r=150a$

$\xi=0, \alpha=2$	估计方法	$\hat{\xi}$				$\hat{\alpha}$				\hat{k}			
		-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1
Bias	PPWM	-0.0413	-0.0406	-0.0400	-0.0393	0.1098	0.1138	0.1174	0.1210	0.0276	0.0325	0.0374	0.0425
	EPWM	-0.0068	-0.0068	-0.0069	-0.0105	0.1792	0.1801	0.1808	0.3014	0.0426	0.0492	0.0556	0.1046
SE	PPWM	0.1756	0.1738	0.1722	0.1706	0.2418	0.2280	0.2163	0.2059	0.0799	0.0735	0.0701	0.0723
	EPWM	0.0383	0.0377	0.0373	0.0182	0.0551	0.0525	0.0509	0.0270	0.0665	0.0659	0.0645	0.0813
RMSE	PPWM	0.1804	0.1785	0.1768	0.1751	0.2655	0.2548	0.2461	0.2388	0.0845	0.0804	0.0795	0.0839
	EPWM	0.0389	0.0383	0.0380	0.0210	0.1875	0.1876	0.1878	0.3026	0.0790	0.0822	0.0851	0.1325

表8 $N_s=50a, N_r=250a$ 系列的参数不偏性有效性计算结果
Table 8 The results of parameters' effectiveness and unbiasedness for the time series of $N_s=30a$ and $N_r=150a$

$\xi=0, \alpha=2$	估计方法	$\hat{\xi}$				$\hat{\alpha}$				\hat{k}			
		-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1
Bias	PPWM	-0.0523	-0.0514	-0.0505	-0.0550	0.0919	0.0968	0.1015	0.1726	0.0222	0.0266	0.0311	0.0599
	EPWM	-0.0055	-0.0055	-0.0055	-0.0055	0.1840	0.1847	0.1852	0.2691	0.0431	0.0498	0.0562	0.0973
SE	PPWM	0.1247	0.1187	0.1136	0.1410	0.1829	0.1607	0.1425	0.2401	0.0944	0.0815	0.0696	0.0697
	EPWM	0.0176	0.0172	0.0169	0.0170	0.0275	0.0265	0.0252	0.0360	0.0816	0.0821	0.0801	0.0434
RMSE	PPWM	0.1353	0.1293	0.1243	0.1514	0.2047	0.1876	0.1750	0.2957	0.0970	0.0858	0.0762	0.0919
	EPWM	0.0185	0.0181	0.0177	0.0179	0.1860	0.1866	0.1869	0.2715	0.0923	0.0960	0.0979	0.1066

由于各组参数所得结果相似, 本文仅列其中一组 ($\xi=0, \alpha=2, k=-0.4, -0.3, -0.2, -0.1$) 参数不同重现期设

计值的均方误差结果。

(1) 参数估计值统计特性分析

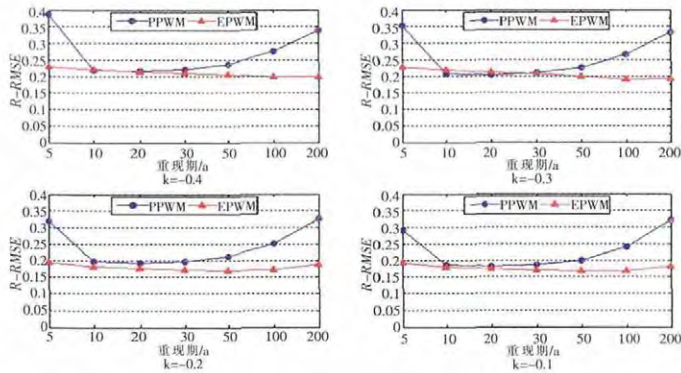


图1 $N_s=30a, N_h=150a$ 时设计值的相对均方根误差
Fig.1 $R-RMSE$ of quantile estimator when the time series of $N_s=30a$ and $N_h=150a$

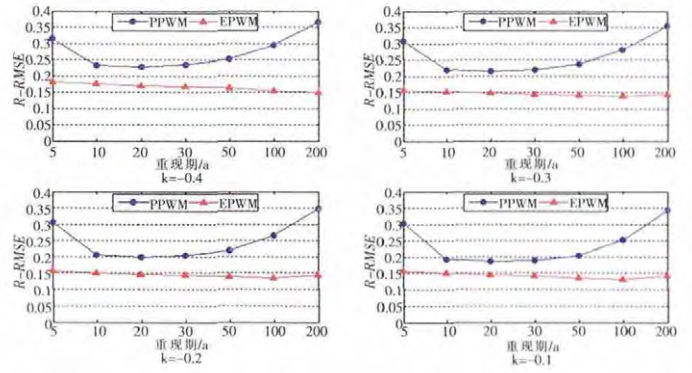


图2 $N_s=30a, N_h=250a$ 时设计值的相对均方根误差
Fig.2 $R-RMSE$ of quantile estimator when the time series of $N_s=30a$ and $N_h=250a$

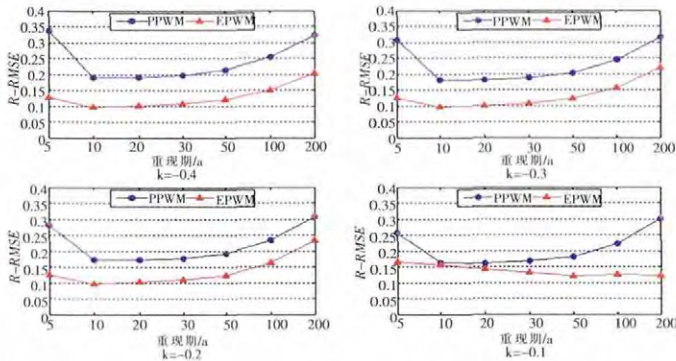


图3 $N_s=50a, N_h=150a$ 时设计值的相对均方根误差
Fig.3 $R-RMSE$ of quantile estimator when the time series of $N_s=50a$ and $N_h=150a$

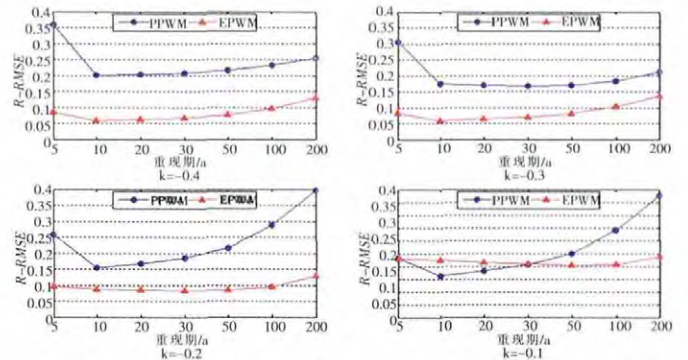


图4 $N_s=50a, N_h=250a$ 时设计值的相对均方根误差
Fig.4 $R-RMSE$ of quantile estimator when the time series of $N_s=50a$ and $N_h=250a$

①无偏性:在不同 N_s 和 N_h 的组合下,两种方法的参数 $\hat{\xi}, \hat{\alpha}, \hat{k}$ 的无偏性均较稳定。总体上,PPWM 法参数 $\hat{\alpha}, \hat{k}$ 的无偏性基本都优于 EPWM 法,而 EPWM 法参数 $\hat{\xi}$ 的无偏性均优于 PPWM 法。因此,可以看出,PPWM 法的无偏性优于 EPWM 法。

②有效性:随着 $N(N_s+N_h)$ 的增长,两种方法参数 $\hat{\xi}, \hat{\alpha}, \hat{k}$ 的有效性均得到改善,且 EPWM 法参数 $\hat{\xi}, \hat{\alpha}, \hat{k}$ 的有效性优于 PPWM 法。

(2)基于均方根误差的方法优劣评价

①统计参数均方根误差(RMSE):当 N_s 相同时,随着 N_h 的增长,两种方法参数 $\hat{\xi}, \hat{\alpha}, \hat{k}$ 的有效性均得到改善;当 N_h 相同时,随着 N_s 的增长,EPWM 法总体优于 PPWM 法。

②设计值相对均方根误差($R-RMSE$):不同 N_s 和 N_h 的组合下,EPWM 法设计值 \hat{x}_T 的 $R-RMSE$ 均比 PPWM 法小,且随着 N 的增长,EPWM 法设计值的 $R-RMSE$ 整体呈现减小趋势,而 PPWM 法变化不明显。因此,EPWM 法在设计值估计方面有较好的统计特

性,且基本上均优于 PPWM 法。

(3)样本 N 的影响

当 N_s 相同时,随着 N_h 的增长,EPWM 法的 SE 均较 PPWM 法小,表明 EPWM 法提高了 PPWM 法的有效性;当 N_h 相同时,随着 N_s 的增长,两种方法的统计特性均得到改善。随着 N 的增长,EPWM 法的有效性得到显著改善。

(4)参数 k 的影响

PPWM 法的三个评价指标均随着 k 的增大而增大;而 EPWM 法随着 k 的增大,其 SE 呈现减小趋势。随着 k 的变化,两种方法的 $R-RMSE$ 变化均不明显。

4 结论

EPWM 法是基于 PPWM 法的迭代法。该法减小了 PPWM 法的参数估计标准误差,在设计值估计方面具有较好的稳定统计特性。总体的试验结果表明:EPWM 法是一种对具有历史洪水资料系列进行参数估计的一种简单、稳定和有效的参数估计方法,具有推广意义。但 EPWM 法的研究仍存在问题,例如:在估计时存在一些偏差,特别是尺寸参数(α)的估计,还没有关

于 EPWM 法在 P- 型分布中的研究。因此,在今后的研究中,应重点研究估计偏差以及 EPWM 法在 P-型分布参数估计中的应用研究。

参考文献:

- [1] 周武光, 史培军. 洪水风险管理研究进展与中国洪水风险管理模式初步探讨[J]. 自然灾害学报, 1999,8(4):62-71. (ZHOU Wuguang, SHI Peijun. The progress of flood risk management research and preliminary discussion of China flood risk management mode [J]. Journal of Natural Disasters, 1999,8(4):62-71. (in Chinese))
- [2] 费永法. 历史特大洪水对设计洪水频率曲线参数及设计值的影响[J]. 水力发电学报, 1999,(4):1-7. (FEI Yongfa. The effect of historical flood events on design flood [J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 1999,(4):1-7. (in Chinese))
- [3] Ti mothy. A. Cohn, William. L. Lane. An algorithm for computing moments-based flood quantile estimates when historical flood information is available [J]. Water Resources Research, 1997, 33(9):2089-2096.
- [4] William L.Lane, Timothy. A. Cohn. Expected moment algorithm for flood frequency analysis [A]. Chenchayya Bathala. The North American Water Environment Congress & Destructive Water [C]. USA, 1996,6:2185-2190.
- [5] Jong -June Jeon, Young -Oh Kim, Yongdai Kim. Expected probability weighted moment estimator for censored flood data [J]. Advance in Water Resources, 2011(34):933-945.
- [6] Wang Q J. Unbiased estimation probability weighted moments and partial probability weighted moments from systematic and historical flood information and their application to estimating the distribution[J]. Hydrological Sciences Journal, 1990, 120:115-24.
- [7] Bhattarai, K. P. Partial L-moments for the analysis of censored flood samples [J]. Hydrological Sciences Journal, 2004, 49(5): 855-868.

Study on Statistical Test of Expected Probability Weighted Moments Method for Parameter Estimation Considering Historical Flood Information

WANG Junzhen, SONG Songbai

(College of Water Resources and Architectural Engineering, Northwest A&F University, Yangling 712100, China)

Abstract: In order to make better use of historical flood information and improve the parameter estimation precision, this paper studied the expected probability weighted moments method for general extreme value distribution when historical flood information is presented. The statistical performance of the expected probability weighted moments for estimation of population parameters by Monte-Carlo method was performed, and the method of the partial probability weighted moments was compared. The results show that the expected probability weighted moments ha stable statistical characteristics, and it is a simple, stable and effective method when historical flood information is available, and can be extended to other hydrological fields.

Key words: parameters estimation; expected probability weighted moment; historical flood information; general extreme value distribution

(上接第 19 页)

- [20] 薛禹群, 朱学愚. 地下水动力学 [M]. 北京: 地质出版社, 1979. (XUE Yuqun, ZHU Xueyu. Groundwater Dynamics [M]. Beijing: Geological Publishing House, 1979. (in Chinese))
- [21] 薛禹群. 地下水动力学[M]. 北京: 地质出版社, 1997. (XUE Yuqun. Groundwater Dynamics (Second Edition) [M]. Beijing: Geological Publishing House, 1997. (in Chinese))

Study on Difference of Groundwater Movement in Seepage Flow Field Based on Experiment Sand Tank

GAO Zongjun, WANG Shichen, LI Jiajia, ZHU Xi, ZHENG Qiuxia, DONG Hongzhi, FU Qing, XU Chuanjie

(Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China)

Abstract: The movement of groundwater in the permeable medium is successive. However, owing to the variation of the supply and drainage conditions, the movement of groundwater in distinct region is different. According to the formation and developing history of the groundwater system theory, this paper briefly described the characteristics of the differential movement of groundwater in uniform flow field obtained from sand tank experiments. This paper analyzed the reasons and mechanisms, and made experiments or tests by using ‘resembling Darcy experiment device’ with different diameters. The results show that the hydraulic conductivity varies with cross-section of infiltration. The larger the cross section, the greater the hydraulic conductivity.

Key words: groundwater; uniform flow field; differential movement; cross-section; hydraulic conductivity; test